

報告番号	※甲	第	号
------	----	---	---

主 論 文 の 要 旨

論文題目 Decidability of Reachability for Term Rewriting With
Reduction Strategies (戦略を導入した項書換えにおけ
る到達可能性の決定可能性)
氏 名 小島芳治

論 文 内 容 の 要 旨

項書換え系 (TRS) は、木構造である項の書換え規則の集合であり、関数型プログラムの計算モデルである。TRS における到達可能性問題は、初期項と標的項と呼ばれる 2 つの項及び TRS を入力として、与えられた TRS を用いて初期項から標的項へ到達可能であるか否かを求める問題である。この問題は一般には決定不能であるが、いくつかのクラスにおいては決定可能であることが知られている。

また、TRS にはプログラムをより正確に表現するための戦略が近年導入されてきており、最内書換え、最外書換え、文脈依存書換え等が挙げられる。最内書換えは項中の書換え可能な位置の中で最も内側の位置を優先して書換える戦略、最外書換えは最も外側を優先して書換える戦略、文脈依存書換えは各関数記号に対して書換え可能な引数を指定する戦略である。戦略を導入することで到達可能性問題の解が変化する場合があり、到達可能性が決定可能であるクラスも異なるが、現状では戦略を導入した場合の到達可能性についてはほとんど研究がなされていない。

本論文ではまず、線形右シャロー、右線形右シャロー、シャロー非消去というクラスについて、いくつかの戦略を導入した場合の到達可能性が決定可能であることを示す。到達可能性が決定可能であることを示すために、初期項から到達可能な全ての項を受理する木オートマトンの生成アルゴリズムを提案する。木オートマトンは項を受理するオートマトンであり、TRS に関する様々な研究に応用されている。戦略を導入しない場合については木オートマトンの生成アルゴリズムが既にいくつか提案されており、本研究では既存の生成アルゴリズムを、戦略を導入した場合に対応出来るように拡張する。

線形右シャローについては最内書換え、文脈依存書換え、及び文脈依存最内書換えを導入した場合についての結果を示す。ただし、最内書換えについては文脈依存最内書換えの結果から容易に導けるため、本論文では最内書換えに関する詳細な

記述は省略する。戦略を導入しない場合については、1996年に Jaquemard によって、木オートマトンと TRS を入力として、入力の木オートマトンによって受理される項から入力の TRS によって到達可能な全ての項を受理する木オートマトンを生成するアルゴリズムが既に提案されている。本論文では、この手法を戦略を導入した場合に適用できるように拡張する。

文脈依存書換えの場合は、項中に書換え可能な位置と書換え不能な位置が存在するため、木オートマトンの状態を、書換え可能な位置に対応する状態と書換え不能な位置に対応する状態の2種類に分けることで木オートマトンを正しく生成できることを示す。

文脈依存最内書換えの場合は書換え可能、書換え不能な位置を考慮するのに加えて、書換えられる項の引数にあたる項がこれ以上書換え不能な正規形であるかどうかを調べる必要がある。そこで、本論文では正規形を受理する木オートマトンを生成し、その木オートマトンの状態を生成アルゴリズムの入力の木オートマトンの状態に付加することで、木オートマトンが受理する項が正規形であるか判定出来るようにする。しかし、このアイデアのみによる拡張では木オートマトンを正しく出力出来ない場合が存在するため、本論文では更なるアイデアを導入する。導入したアイデアは2種類あるが、一つ目は入力の木オートマトン各状態が高々一つの項しか受理しないという制限を加えるというものである。到達可能性問題を解く上では一つの項から到達可能な全ての項を受理する木オートマトンを生成出来れば充分であるため、この制限は到達可能性を解く上では問題にはならない。2つ目のアイデアは、入力の木オートマトンの状態にパラメーターをさらに追加するというものである。本論文では、正規形を受理する木オートマトンの状態を余分に付加することで木オートマトンを正しく生成出来ることを示す。

右線形右シャローについては、文脈依存書換えを導入した場合について到達可能性が決定可能であることを示す。戦略を導入しない場合については、1999年に Nagaya らによって到達可能な全ての項を受理する木オートマトンの生成アルゴリズムが示されている。本論文では、Nagaya らのアルゴリズムに対して、線形右シャローの文脈依存書換えで用いたアイデアと文脈依存最内書換えで導入した入力の木オートマトンの制限を導入することで、木オートマトンを正しく生成出来ることを示す。

シャロー非消去については、文脈依存最内書換えを導入した場合について到達可能性が決定可能であることを示す。この結果も、Nagaya らの手法に線形右シャローにおける文脈依存最内書換えのアイデアを導入することで得られる。ただし、シャロー非消去の場合は正規形を受理する木オートマトンを生成出来ないことが既に知られているため、兄弟制約付きの木オートマトンを利用する。Nagaya らの手法と比較すると扱えるクラスが異なるが、これは文脈依存最内書換えの性質と、

兄弟制約付きの木オートマトンを利用することによるものである。

次に、右線形左シャロー非消去というクラスについて、戦略を導入しない場合及び最内書換えを導入した場合に到達可能性が決定可能であり、最外書換え及び文脈依存書換えを導入した場合に到達可能性が決定不能であることを示す。このクラスにおいても、決定可能であることを示すために、Jacquemardの手法を拡張する。ただしこのクラスにおいては、ある項からではなく、ある項へ到達可能な全ての項を受理する木オートマトンの生成アルゴリズムを示す。ある項へ到達可能な項を受理する木オートマトンを生成するためには、書換えを逆向きに捉える必要があるが、通常書換えは逆向きに捉えても問題は生じない。しかし、最内書換えは書換えを逆向きに捉えた場合書換えられる項の引数が全て正規形である必要は無く、項中の変数に当たる箇所が正規形であればよいので、生成アルゴリズムを導入するアイデアが他のクラスの場合とは異なる。通常書換えについては、Jacquemardの手法に対して、他のクラスの生成アルゴリズムを導入した制限を同様に用いることで木オートマトンを正しく生成出来ることを示す。最内書換えは通常書換えのアルゴリズムを拡張することで生成アルゴリズムを提案するが、書換えを逆向きに捉える場合は、正規形であるかどうかの判定に関して線形右シャローの場合のようなパラメータの追加は必要無く、入力の木オートマトンの各状態が受理する項が正規形であるかどうかで判定出来れば充分となる。決定不能であることについては、既に決定不能であることが知られているPostの対応問題を到達可能性問題に帰着できることを示すことで証明する。

また、右線形左シャロー非消去とほぼ対称なクラスである左線形右シャローというクラスについて、通常書換えにおいては到達可能性が決定可能であり、最内書換え及び文脈依存書換えにおいては、到達可能性が決定不能であることを示す。通常書換えと文脈依存書換えの場合は書換えを逆方向に捉えてもそれぞれ通常書換えであり文脈依存書換えであるので、右線形左シャロー非消去の場合とほぼ同様に示すことが出来る。最内書換えはPostの対応問題を到達可能性問題に帰着できることを示す。最内書換え及び最外書換えについては書換えを逆方向に捉えると、それぞれ最内書換えや最外書換えではなくなってしまうため、右線形左シャロー非消去の場合と同様の結果は得られない。

最後に、本論文ではTRSに、木オートマトンに基づいた書換え可能な位置を指定する制約を付加したControlled TRS (CntTRS)を定式化し、CntTRSにおける到達可能性及び正規モデル検査問題の計算量について議論する。正規モデル検査問題とは、ある項の正規集合に含まれる項から与えられたCntTRSによって書換え可能な項の集合と、別の項の正規集合との積集合の空問題である。CntTRSは書換え規則と選択オートマトンと呼ばれる木オートマトンの対の集合であり、注目している項が選択オートマトンによって受理され、かつ受理の仮定で出現する特定の

状態に対応する位置のみを書換え可能としている。また、選択オートマトンによる書換え可能な位置の指定を、注目している位置の接頭辞のみで指定するように限定した prefix CntTRS (pCntTRS) も定式化する。また、到達可能性問題や正規モデル検査問題の計算量を求める上で、文脈依存文法を項上に拡張した文脈依存木文法を用いることで証明が容易になるため、文脈依存木文法についても定義し、その所属問題が多項式空間完全であり空間問題が決定不能であることを示す。この文脈依存木文法を用いて、単調という項のサイズが書換えの前後で小さくならないような CntTRS のクラスにおいて到達可能性が P 空間完全であり、正規モデル検査問題が決定不能であることを示す。これに対して、書換えの前後で項のサイズが小さくなるような書換え規則を含む場合、変数を含まないクラスですら到達可能性及び正規モデル検査問題が決定不能であることを示す。また、pCntTRS については、木ではなく文字列を表現するようないくつかのクラスにおいては到達可能性の計算量、及び正規モデル検査問題が決定不能であることを示す。pCntTRS における正規モデル検査問題の決定不能性はチューリング機械の停止問題を帰着させることによって示す。最後に、pCntTRS よりもさらに書換え可能な位置の指定が制限されている recursive pCntTRS を定式化し、recursive pCntTRS において線形右シャローの場合に正規モデル検査問題が指数時間で解けることを示す。この結果は、到達可能な全ての項を受理するオルタネーティング木オートマトンの生成法を示すことで証明する。