平 成 ２４年 度

名古屋大学大学院情報科学研究科
複 雑 系 科 学 専攻
入 学 試 験 問 題

専　　　　　門

平成２３年８月９日（火）
１２：３０～１５：３０

注 意 事 項

１．試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはならない。

２．試験終了まで退出できない。

３．（外国人留学生は、日本語から母国語への辞書１冊に限り使用してよい。
電子辞書の持ち込みは認めない。）

４．問題冊子、解答用紙３枚、草稿用紙３枚が配布されていることを確認せよ。

５．問題は数１～数２（数学の基礎）、物１～物４（物理学の基礎）、化１～化５（化学の基礎）、生１～生３（生物学の基礎）、地１～地２（地球科学の基礎）、情１～情３（情報学の基礎）、人１～人２（人類学の基礎）、工１～工３（工学の基礎）、論理的思考（クリティカルシンキング）の２５問である。このうち３問を選択して解答せよ。なお、選択した問題名を解答用紙の指定欄に記入せよ。

６．解答用紙の指定欄に受験番号を必ず記入せよ。解答用紙に受験者の氏名を記入してはならない。

７．解答用紙は試験終了後に３枚とも提出せよ。

８．問題冊子、草稿用紙は試験終了後に持ち帰ってよい。

数 1

次の問に答えよ。

[1] 行列

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

の固有値 λ_1, λ_2 と固有ベクトル $\phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \end{pmatrix}$, $\phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \end{pmatrix}$ を求めよ。ただし，$\|\phi_1\| = \|\phi_2\| = 1$ とする。なお，$\|\phi_1\|^2 = \phi_1 \cdot \phi_1$，$\cdot$ は内積を表す。

[2] $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ とかく。問 [1] の $\boldsymbol{A}$ に対して x_1-x_2 平面上の 2 次曲線

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A} \boldsymbol{x} = 4$$

を標準形

$$\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B} \boldsymbol{y} = 1$$

にかきかえたときの対角行列 $\boldsymbol{B}$ を求めよ。なお，上付きの $^{\mathrm{T}}$ は転置を表す。

[3] $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} -14 \\ 2 \end{pmatrix}$ として，問 [1] の $\boldsymbol{A}$ に対して x_1-x_2 平面上の 2 次曲線

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A} \boldsymbol{x} + \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{x} = 4$$

を標準形

$$\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C} \boldsymbol{y} = 1$$

にかきかえたときの $\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{y}$ の変換式と対角行列 $\boldsymbol{C}$ を求めよ。

[4] もしも $\boldsymbol{A}$ を，固有値の一つが 0 となるような行列におきかえたとき，問 [3] の標準形がどのような式になるか答えよ。

数2

[1] 実変数 x に対する関数 $f(x)$ は

$$af(x) - f'(x) = 0 \tag{1}$$

$$f(0) = 1 \tag{2}$$

を満たすとする。ここで，a は $a > 0$ を満たす実定数であり，$(\ )'$ は x についての 1 階微分を示す。以下の問に答えよ。

1）式 (1)，(2) を満たす $f(x)$ を x の関数として求めよ。

2）点 $x = a$ における曲線 $y = f(x)$ の接線を x の関数として求めよ。また，この接線と x 軸の交点の x 座標 x_0，y 軸との交点の y 座標 y_0 を求めよ。

3）問 2) の接線において，$kx_0 = y_0$ となるように定数 a を定め，そのときの曲線 $y = f(x)$ とその接線を図示せよ。ここで，k は $k > 0$ を満たす定数である。

[2] 実変数 x に対する関数 $g(x)$ は

$$(1 + bx)\ln(1 + bx)g'(x) + g(x) = 0 \tag{3}$$

$$g(1) = 1 \tag{4}$$

を満たすとする。ここで，b は $b > 0$ を満たす実定数であり，$\ln(x)$ は自然対数関数を示す。微分方程式を解き，$g(x)$ を x の関数として求めよ。

物 1

図のように, 天井から同じ質量 m の二つの物体がバネ定数 k, 自然長 l_0 の二つのバネによって吊るされている。つり合っている状態から, 下の物体を静かに鉛直下向きに長さ l 移動して, 放した。この時の時刻を $t=0$ とする。但し, 物体の大きさ, ばねの質量は無視できるとし, 重力の加速度を g とする。また, 「バネの張力は, 自然長からの変位に比例する」とする。

[1] 重力とつり合っている状態の, 二つの物体の天井からの位置 x_1^0, x_2^0 を求めよ。

[2] つり合いの状態から l 移動するまでに, 系にした仕事 W を求めよ。

[3] 時刻 t における, 物体の天井からの位置を x_1, x_2 として, 系のポテンシャルエネルギー U を求めよ。ただし, 重力ポテンシャルの基準は天井を 0 にとる。

[4] 系の運動エネルギー T を求めよ。

[5] 系のラグランジアン $L(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2) = T - U$ を書き下し,

オイラー・ラグランジュ方程式 $\quad \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}\right) - \dfrac{\partial L}{\partial x_i} = 0\,,\quad i = 1, 2$

より, x_1, x_2 についての運動方程式を求めよ。ここで, $\dot{x}$ は x の時間微分とする。

[6] つり合いの位置からのそれぞれの物体の変位を $x_1' = x_1 - x_1^0$, $x_2' = x_2 - x_2^0$ として, この系の x_1', x_2' についての運動方程式を求めよ。

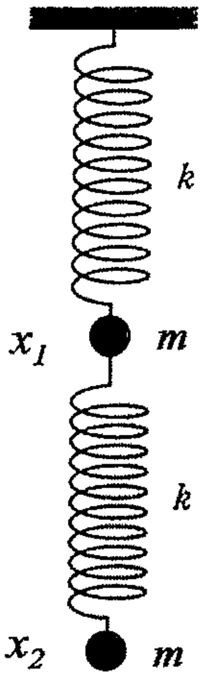
[7] この二つの物体からなる系は振動するが, その基準振動数 ω_1, ω_2 を求めよ。

[8] 運動方程式を解いて, 質点の運動 $x_1(t), x_2(t)$ の一般解を求めよ。

[9] 一般に, ラグランジアン L より, 一般化運動量 $p_i \equiv \dfrac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}$ を定義し,

$H(x_1, x_2, p_1, p_2) \equiv \sum_i p_i \dot{x}_i - L$

によって ハミルトニアン H を定義する。ハミルトニアン H は, 運動方程式にしたがって系が変化するとき, 保存量であることを示せ。



[10] このときに, ハミルトニアン H は系の全エネルギー $E = (T + U)$ に等しいことを示せ。

[11] [5] で与えられる系のラグランジアンに対するハミルトニアンを求めよ。

[12] 時刻 $t = 0$ の初期条件で得られる運動について, 保存量である系の全エネルギー E を求めよ。

物2

[1] 真空中に電荷があるとする。ただし物理量の単位系はMKSA (SI) 系とし，真空の誘電率をε_0とする。以下の問に答えよ。

1) 電荷Q_1, Q_2の2つの点電荷が距離rだけ離れてあるとき，点電荷Q_1が受ける力の大きさFを求めよ。

2) 2つの点電荷Q_1, Q_2が無限に離れている状態から始めて，ゆっくり電荷を運んで，距離rまで近づける間に電荷にする仕事Wを求めよ。

[2] 無限に広い平面状の導体（電気を良く通す物質）があり，その周りは真空とする。図1のように導体平面上に座標原点Oをとり，平面に水平にx軸，垂直にy軸を設定する。以下の問に答えよ。

1) 導体平面から距離yだけ離れた点に電荷qを置く。この点電荷が受ける力$\vec{F} = (F_x, F_y)$を求めよ。ただし，導体平面がある場合の真空中の電場と，導体はなく点電荷の鏡映点に反対符号の点電荷がある場合の電場は等しいという事実（図2, 鏡像法）を使ってよい。

2) 図3のように導体平面があり，電荷q_1を座標(x_1, y_1)の点に，電荷q_2を座標(x_2, y_2)の点に置く。点電荷q_1が受ける力$\vec{F}^1 = (F_x^1, F_y^1)$と，点電荷$q_2$が受ける力$\vec{F}^2 = (F_x^2, F_y^2)$を求めよ。この問題でも鏡像法を使ってよい。

3) 図4のように電荷$+q, -q$の2つの点電荷が長さ$2a$の電気を通さない棒の両端に固定されており，この棒の中点が導体平面から距離hだけ離れているとする。$a < h$とする。この棒の中点を止めたまま，棒の向きを水平から垂直にゆっくりと90°回転させる（図5）。このとき電荷と棒を合わせた系に外部からする仕事W'を求めよ。

4) hに比べてaが十分小さいとして，仕事W'は正か負か，理由を付けて答えよ。なお，$|s| \ll 1$のときに成立する以下の近似式を使ってもよい。

$$\frac{1}{1-s} = 1 + s + s^2 + \cdots, \qquad \frac{1}{\sqrt{1+s}} = 1 - \frac{1}{2}s + \cdots$$

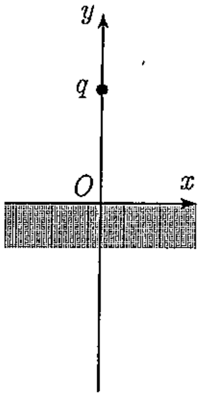


図1

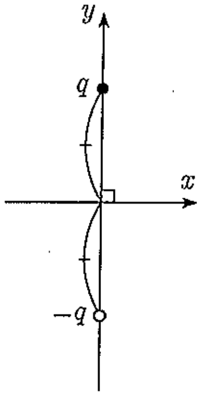


図2

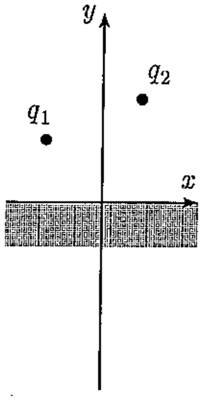


図3

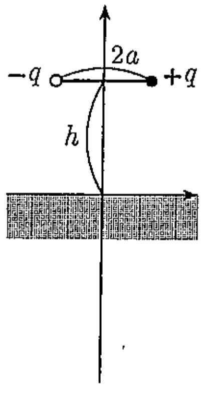


図4

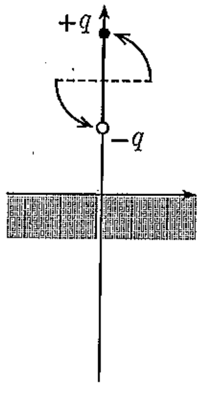


図5

物3

[1] 長さLの1次元空間に閉じ込められた質量mの粒子の波動関数を$\psi(x)$とする。hはプランク定数であり，$\hbar = h/(2\pi)$とおく。以下の問に答えよ。

1) この粒子の定常状態のエネルギーEを決めるシュレーディンガー方程式と境界条件は

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = E\psi, \qquad \psi(0) = 0, \qquad \psi(L) = 0$$

である。この方程式を解いて，エネルギー固有値と固有関数をすべて求めよ。

2) エネルギー固有値を小さいものから大きいものに順に並べたとき，大小関係で隣り合ったエネルギー固有値の差を準位間隔と言う。この粒子に関して，エネルギーが大きくなるにつれて，(ア) 準位間隔が狭まって0に収束する，(イ) 準位間隔は0ではない一定値に収束する，(ウ) 準位間隔はいくらでも大きくなる，のどれが正しいか，理由を付けて答えよ。

[2] 横の長さL_x，縦の長さL_yの長方形に閉じ込められた質量mの粒子の波動関数を$\psi(x, y)$とする。以下の問に答えよ。

1) この粒子の定常状態のエネルギーEを決めるシュレーディンガー方程式と境界条件を書け。

2) この粒子のエネルギー固有値と固有関数をすべて求めよ。

3) あるエネルギー固有値に対して一次独立な固有関数がn個あれば，この固有値の縮重度はnだと言う。また，

$$U = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL_x^2} \times 16$$

とおく。$L_x = L_y$の場合について，$0 \leq E \leq U$を満たすエネルギー固有値Eをすべて求めよ。また，各エネルギー固有値の縮重度を書け。

4) $L_x = L_y$の正方形内の粒子を考える。任意のエネルギーεについて$0 \leq E \leq \varepsilon$を満たす すべてのエネルギー固有値$E$に対する一次独立な固有関数の総数を$N(\varepsilon)$とする。準位間隔に比べて$\varepsilon$が十分大きいとき，$N(\varepsilon)$を近似的に求めよ。

5) $\sigma(\varepsilon) = \dfrac{dN}{d\varepsilon}$を準位密度と言う。正方形内の粒子の準位密度$\sigma(\varepsilon)$は，$\varepsilon$が大きくなるにつれて (ア) 発散する，(イ) 0でない一定値に収束する，(ウ) 0に収束する，のどれが正しいか，理由を付けて答えよ。

物4

三次元の箱の中の質量 m の粒子 N 個からなる気体を考える。粒子に働くポテンシャルを $V(\boldsymbol{r}_1,\ldots,\boldsymbol{r}_N)$ とし，この系のハミルトニアンは次のように表される。

$$H(\boldsymbol{r}_1,\ldots,\boldsymbol{r}_N,\boldsymbol{p}_1,\ldots,\boldsymbol{p}_N)=\sum_{i=1}^{N}\frac{|\boldsymbol{p}_i|^2}{2m}+V(\boldsymbol{r}_1,\ldots,\boldsymbol{r}_N)$$

ここで，$\boldsymbol{r}_i=(x_i,y_i,z_i)$，$\boldsymbol{p}_i=(p_{ix},p_{iy},p_{iz})$ はそれぞれ，粒子 i の位置と運動量である。粒子は $0\le x_i\le L$，$0\le y_i\le L$，$0\le z_i\le L$ を満たす箱の中で運動しているとする。この系を温度 T のカノニカル分布により取り扱い，以下の問に答えよ。なお，プランク定数を h，ボルツマン定数を k_B とし，$\beta=1/(k_BT)$ とする。必要であれば次の公式を用いてよい。$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}e^{-ax^2}dx=\sqrt{\frac{\pi}{a}}$

[1]

1）この系の分配関数は

$$Z=\frac{1}{N!h^{3N}}\int d^3\boldsymbol{r}_1\cdots d^3\boldsymbol{r}_N d^3\boldsymbol{p}_1\cdots d^3\boldsymbol{p}_N\exp\{-\beta H(\boldsymbol{r}_1,\ldots,\boldsymbol{r}_N,\boldsymbol{p}_1,\ldots,\boldsymbol{p}_N)\}$$

である。運動量空間について積分し，次のようになることを示せ。

$$Z=\frac{1}{N!}\left(\frac{2\pi m}{\beta h^2}\right)^{3N/2}\int d^3\boldsymbol{r}_1\cdots d^3\boldsymbol{r}_N\exp\{-\beta V(\boldsymbol{r}_1,\ldots,\boldsymbol{r}_N)\}$$

2）エネルギーの期待値 E は $E=-\dfrac{\partial}{\partial\beta}\log Z$ として求められることを示せ。

3）任意の一つの粒子が速度 $\boldsymbol{v}$ をもつ確率密度（速度分布）は，ポテンシャル $V(\boldsymbol{r}_1,\ldots,\boldsymbol{r}_N)$ によらず，次のように表されることを示せ。

$$p(\boldsymbol{v})=\left(\frac{\beta m}{2\pi}\right)^{3/2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\beta m|\boldsymbol{v}|^2\right\}$$

[2] 次に $V(\boldsymbol{r}_1,\ldots,\boldsymbol{r}_N)=0$ の場合について考えよう。

1）分配関数 Z を計算せよ。

2）エネルギーの期待値 E を求めよ。

[3] 最後に $V(\boldsymbol{r}_1,\ldots,\boldsymbol{r}_N)=\displaystyle\sum_{i=1}^{N}mgz_i$ とし，気体が一様重力中（重力加速度 g）にある場合を考えよう。

1）分配関数 Z を計算せよ。

2）位置 $\boldsymbol{r}=(x,y,z)$ における気体の粒子数分布は，次式で表されることを示せ。

$$n(\boldsymbol{r})=\frac{N\beta mg}{L^2(1-e^{-\beta mgL})}\exp(-\beta mgz)$$

3）エネルギーの期待値 E を求めよ。

4）$k_BT\gg mgL$ が成り立つ高温でのエネルギーの期待値を計算し，問[2]の2)の結果と一致することを示せ。

5）$k_BT\ll mgL$ が成り立つ低温でのエネルギーの期待値は $\dfrac{5}{2}Nk_BT$ となることを示せ。

化1

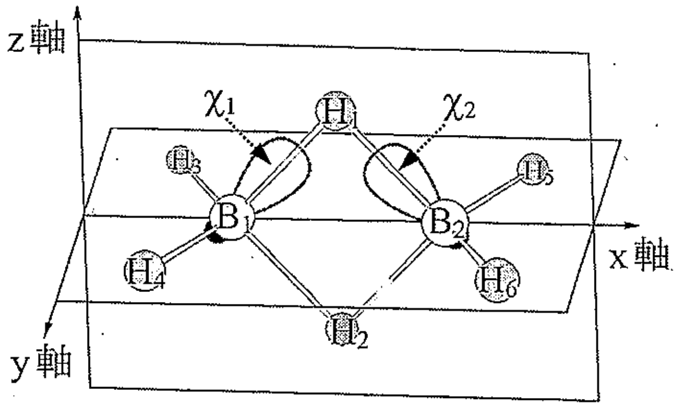
次の文章を読み，以下の問に答えよ。

ジボラン（B_2H_6，図参照）について考えよう。この分子の構造について，以下の事実①～③が分かっている。

① 2個の水素原子 H_1, H_2 は xz 平面上にあり，残りの原子は xy 平面上にある。

② 水素原子 H_1, H_2 は等価である。つまり xy 平面上のある原子を X とすると，距離 H_1-X と H_2-X は等しい。

③ 結合角 $H_3B_1H_4$ と $H_5B_2H_6$ は，ほぼ 120 度である。



図：ジボランの構造

この分子の B_1, H_1, B_2 原子の作る結合を，単純ヒュッケル法を用いて調べよう。まずホウ素原子の原子軌道から混成軌道を作る。そして図の混成軌道χ_1とχ_2と水素原子 H_1 の 1s 軌道χ_3を使い，結合 $B_1H_1B_2$ を表す分子軌道を式(1)

$$\phi = C_1\chi_1 + C_2\chi_2 + C_3\chi_3 \qquad (1)$$

で表す。C_i は分子軌道係数である。分子軌道のエネルギーεは，式(1)を使いハミルトニアン h の期待値を計算すると得られる。軌道係数 C_i を使うと

$$\varepsilon = \boxed{\text{(あ)}} \qquad (2)$$

となる。ただし $\int\chi_1\chi_1 d\tau = \int\chi_2\chi_2 d\tau = \int\chi_3\chi_3 d\tau = 1$，$\int\chi_1 h\chi_1 d\tau = \int\chi_2 h\chi_2 d\tau = 0$，

$\int\chi_3 h\chi_3 d\tau = -1$，$\int\chi_1 h\chi_3 d\tau = \int\chi_2 h\chi_3 d\tau = -1$，その他の積分はゼロとする。

このエネルギーが極小になる条件から，軌道係数を決める連立方程式が得られ，それが意味のある解を持つためには，εは次の永年方程式を満足しなければならない。

$$\boxed{\text{(い)}} \qquad (3)$$

これを解くと，3 つの分子軌道の軌道エネルギーεと軌道係数 C_i を決める事ができる。同様にして，結合 $B_1H_2B_2$ を表す分子軌道も計算できる。

さて，ジボランは $\boxed{\text{(う)}}$ 個の電子を持つ。このうち 4 個はホウ素の 1s 軌道に入り，8 個は B_1-H_3, B_1-H_4, B_2-H_5, B_2-H_6 の 4 本の $_{(え)}$ (σ結合性, σ反結合性, π結合性, π反結合性) 軌道に入る。そこで，残りの $\boxed{\text{(う)}}$ -12 個の電子が，上で求めた 6 個の分子軌道に入る事になる。

[1] 文章中の $\boxed{\text{(あ)}}$ ～ $\boxed{\text{(う)}}$ を適切な式や数で埋め，下線部（え）から正しい選択肢を 1 つ選べ。

[2] 次の 4 つの混成軌道 A～D から，χ_1 にふさわしいものを 1 つ選び，記号で答えよ。

A: $\frac{1}{\sqrt{6}}s+\frac{1}{\sqrt{3}}p_x+\frac{1}{\sqrt{2}}p_z$　　B: $\frac{1}{\sqrt{6}}s+\frac{1}{\sqrt{3}}p_x-\frac{1}{\sqrt{2}}p_z$

C: $\frac{1}{\sqrt{3}}s-\frac{1}{\sqrt{6}}p_x+\frac{1}{\sqrt{2}}p_y$　　D: $\frac{1}{\sqrt{3}}s-\frac{1}{\sqrt{6}}p_x-\frac{1}{\sqrt{2}}p_y$

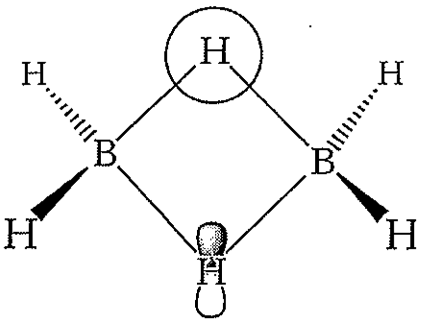
[3] 座標原点にある水素原子の 1s 軌道に最もふさわしいものを 1 つ選び, 記号を答えよ。ただし以下の選択肢では, N は規格化定数, x, y, z は電子の座標を表す。

A: $Ne^{-\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$　B: $Ne^{-(x^2+y^2+z^2)}$　C: $N\sin(\pi x)$

[4] 3 つの分子軌道の軌道エネルギーεと軌道係数 C_i を求めよ。

[5] 前問で求めた 3 つの分子軌道の形を, 解答例にならって図示し, 各軌道に入る電子数を答えよ。

解答例



軌道の負の領域を黒で示す。
この軌道に入る電子数は 10 個。

化２

次の文章を読んで，以下の問［１］から［４］に答えよ。

1889年，アレニウスは反応速度定数k_rが満たすべき式として，

$$\frac{d\ln k_r}{dT}=\frac{E_a}{RT^2} \qquad (1)$$

を提出した。エネルギーの次元をもつパラメータE_aは反応の$\boxed{（ア）}$エネルギーと呼ばれている。ここで，Tは絶対温度，Rは気体定数を表す。

この(１)式を導く過程において，平衡定数の温度依存性を濃度平衡定数K_Cを用いて表したファントホッフの定積平衡式

$$\frac{d\ln K_C}{dT}=\frac{\Delta U}{RT^2} \qquad (2)$$

が大きな役割を果たした。ここでΔUは生成物から反応物の$\boxed{（イ）}$エネルギーの値を差し引いた値である。一方，グルベルとウォーゲの質量作用の法則によると，k_r^fとk_r^bをそれぞれ正反応と逆反応の反応速度定数とすると，K_Cはこれらの反応速度定数と，

$$K_C=\Bigl(\quad \text{(a)} \quad\Bigr) \qquad (3)$$

という関係がある。

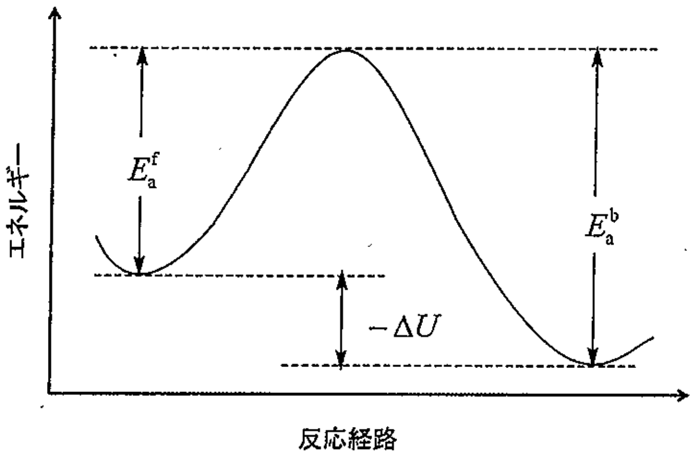


図１　$\boxed{（ア）}$エネルギーの概念を説明するための反応の図式

アレニウスは，(あ)<u>化学反応には始状態と終状態との間に，エネルギー的に高い中間状態が存在する</u>と考えて，ΔU，E_a^f，E_a^bとの間には図１のような関係があると考えた。すなわち，ΔUは正反応の$\boxed{（ア）}$エネルギーE_a^fと逆反応の$\boxed{（ア）}$エネルギーE_a^bを用いて，

$$\Delta U=\Bigl(\quad \text{(b)} \quad\Bigr) \qquad (4)$$

と表わされる。

E_aが温度によらないと仮定すると，（1）式を積分して，

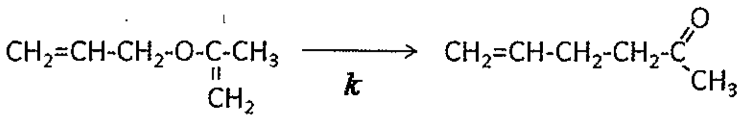
$$\ln k_r = \left(\quad \text{(c)} \quad \right) + \ln A \qquad (5)$$

が得られる。Aは積分定数である。また，（5）式を変形すると，

$$k_r = A \cdot \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \qquad \text{（アレニウスの式）} \qquad (6)$$

となる。ここでAは$\boxed{\text{（ウ）}}$因子とも呼ばれている。（6）式は厳密なものではないが，温度範囲があまり大きくなければ多くの場合，反応速度定数の温度依存性をかなり良く近似する。

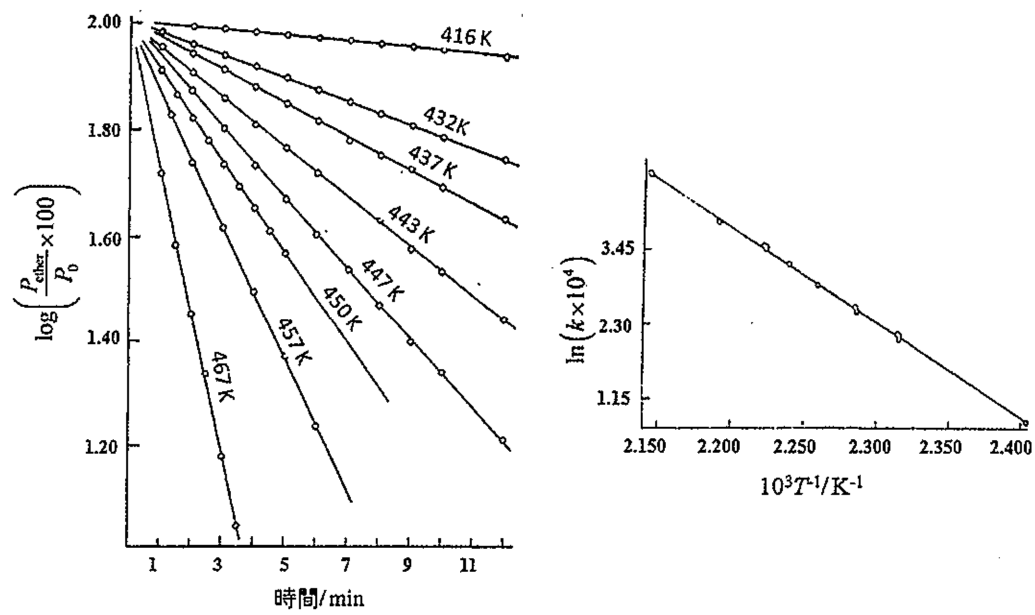
今，イソプロペニルアリルエーテルからアリルアセトンへの熱異性化反応



を考えよう。図2(a)にその実験データに基づいたグラフを示した。実験開始後に残存するイソプロペニルアリルエーテルの分圧P_{ether}は，

$$P_{\mathrm{ether}} = P_0 \cdot \exp(-k \cdot t) \qquad (7)$$

で表わされる。ここでP_0は実験開始時のイソプロペニルアリルエーテルの圧力（全圧）である。４１６Kから４６７Kまでの８つの温度におけるこの１次反応の速度定数kが，それぞれの直線の傾きから得られる。それらを温度の逆数に対してプロットしたグラフが図２(b)である。



(a)　　　　　　　　　　(b)

図２　イソプロペニルアリルエーテルの熱異性化反応

（参考：L. Stein and G. W. Marphy, *J. Amer. Chem. Soc.*, 74, 1041 (1952)）

［1］ $\boxed{（ア）}$から$\boxed{（ウ）}$に当てはまる語句を入れよ。

［2］ (a)から(c)に当てはまる式を記せ。

［3］ 下線部(あ)に記されている「中間状態」のことを何と呼ぶか答えよ。

［4］ 図２(b)において，最小自乗近似して求めた直線の傾きが，-1.475×10^4 Kであったという。このとき，E_a を求めよ。ただし，気体定数 R を8.314 $\mathrm{JK^{-1}mol^{-1}}$とし，有効数字３桁で答えよ。

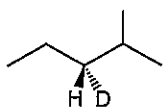
化3

sp^3 混成の炭素原子が 4 種の異なる原子や原子団と結合している場合，その炭素原子を不斉炭素という。不斉炭素の存在は，キラリティー発生の原因となる。キラリティーに関する次の設問に解答しなさい。

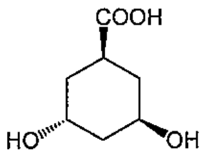
［1］光学活性体の不斉炭素の立体配置の表示には Cahn-Ingold-Prelog 則が用いられ，*R*, *S* で表示される。この規則における順位付けについて例を用いて説明しなさい。

［2］次の構造式に含まれる全ての不斉炭素に「*」をつけ，その立体配置を *R* または *S* で表示しなさい。

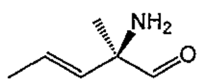
(1)



(2)

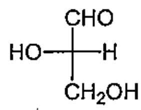


(3)



(4)

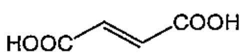
（フィッシャー投影式）



［3］分子内に不斉炭素が複数個存在しても分子が光学活性でない場合がある。どのような構造の場合そうなるか，例を示して説明しなさい。

［4］一段階の化学反応でアキラルな分子からキラルな分子に変換される場合，その分子をプロキラルであると表現する。たとえば，2-ブタノンは水素付加による還元反応が片側面から起きるとキラルな 2-ブタノールが生成するのでプロキラルといえる。反応する分子の面は，*re* 面，*si* 面と区別され，Cahn-Ingold-Prelog 則でプロキラル中心の炭素に結合する原子および基の優先順位を決め，優先度の高い順の周り方が時計回りの時に *re* 面，反時計回りの場合に *si* 面と決める。2-ブタノンを書いて，いずれが *re* 面でいずれが *si* 面かを示しなさい。

［5］プロキラル分子からキラル分子への変換は，多くの生体反応で見られる。たとえば，クエン酸サイクルにおいて，フマル酸への水分子の付加でリンゴ酸が得られる反応はフマラーゼにより触媒され，(*S*)-リンゴ酸を与える。この場合，*re* 面，*si* 面のいずれから水分子が付加するかを，反応経路を書いて説明しなさい。



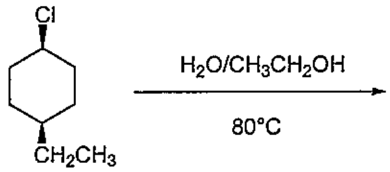
フマル酸

［6］生体反応ではどのような仕組みでプロキラル分子の片側の面が選択的に反応してキラル分子へと変換されるのか，その理由を説明しなさい。

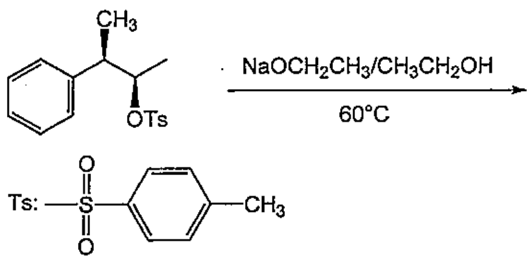
化４

［1］以下に記載の１）から５）までの反応式から３問を選択し，主生成物とそれを与える反応機構について説明しなさい。（解答用紙には選択した問題番号を記載すること）

１）



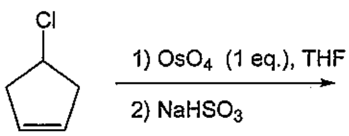
２）



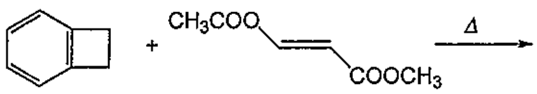
３）

$$CF_3Cl + O_3 \xrightarrow{\text{UV irradiation}}$$

４）

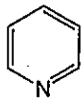
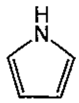


５）

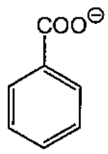
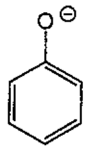


［2］次の化合物を，塩基性が強い順にならべ，その理由を述べなさい。

1）

$N(C_2H_5)_3$　　$NaNH_2$　　　　

2）

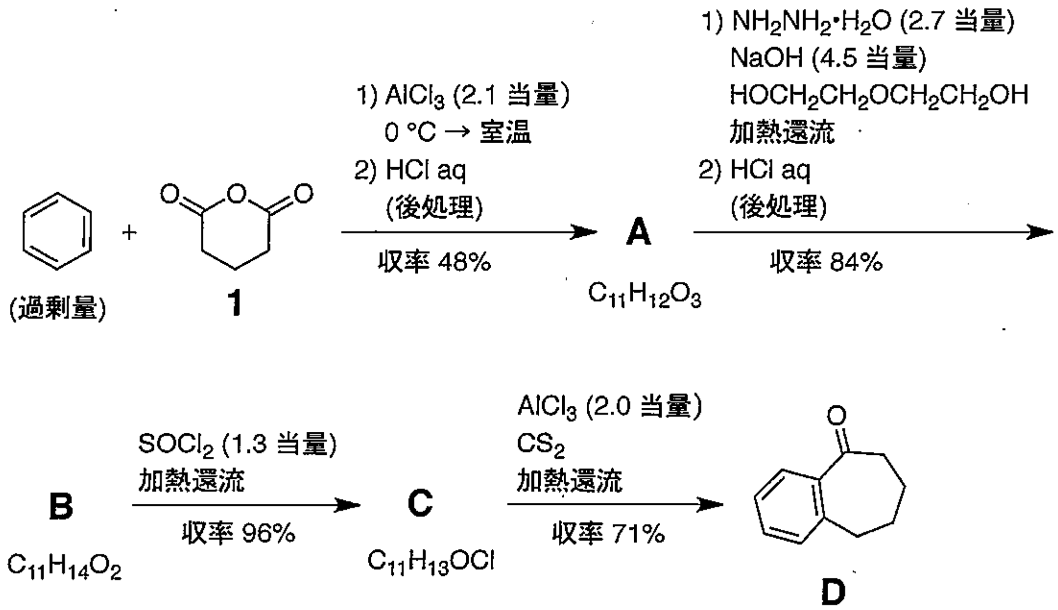
$CH_3COO^{\ominus}$　　$CCl_3COO^{\ominus}$　　　　

化 5

以下の反応式は，ベンゼンと無水グルタル酸 **(1)** を出発物質とする化合物 **D** の合成経路である。

［1］ 化合物 **A**，**B**，**C** の分子式および化合物 **A**，**B** の ^{1}H NMR のデータを参考にして，各反応の主生成物 **A**，**B** および **C** の構造を推測しなさい。推測した根拠も合わせて示しなさい。

［2］ 化合物 **C** から化合物 **D** の反応では，塩化アルミニウム (180 mmol) の二硫化炭素の懸濁液 (250 mL) に，化合物 **C** (90 mmol) の二硫化炭素溶液 (500 mL) を 25 時間かけてゆっくりと滴下する。その理由を述べなさい。



^{1}H NMR のデータ（s は一重線，t は三重線, m は多重線, br は幅広線を表す。）

[A] (DMSO-d_6/$CDCl_3$) δ 1.6–2.7 (m, 4H), 3.03 (t, J = 6 Hz, 2H), 7.1–7.5 (m, 3H), 7.6–8.0 (m, 2H), 11.6 (br s, 1H).

[B] (DMSO-d_6/$CDCl_3$) δ 1.5–1.9 (m, 4H), 2.1–2.9 (m, 4H), 7.1–7.3 (m, 5H), 11.6 (br s, 1H).

生 1

次の語群の語をできるだけ多く用い，真核細胞における転写と転写産物のプロセシングについて説明せよ。必要に応じて図を用いても良い。

[RNA ポリメラーゼ，リボヌクレオシド三リン酸，転写基本因子，TATA ボックス，転写開始部位，転写活性化因子（転写活性化タンパク質），クロマチン再構成複合体，ヒストン修飾酵素，キャップ形成，イントロン，エキソン，スプライソソーム，snRNA（核内低分子 RNA)，投げ縄構造，ポリ A ポリメラーゼ，ATP]

生２

以下の（１）～（５）の実験方法から２つを選び，それぞれの目的，原理，手順を説明せよ。必要に応じて図を用いても良い。

（１）SDS ポリアクリルアミドゲル電気泳動
（２）定量的逆転写 PCR (Quantitative reverse transcription-polymerase chain reaction)
（３）DNA マイクロアレイ解析
（４）酵母２ハイブリッド法（Yeast two-hybrid system）
（５）リポーターアッセイ法

生３

［１］タンパク質の二次構造について，以下の単語を適切に用いて知るところを簡潔に述べよ。

αヘリックス，βシート，βストランド，平行，反平行，水素結合，立体構造，クラス

［２］二次構造形成能に特徴のあるアミノ酸を３つ選択し，それぞれの化学的性質と二次構造形成能との関わりを簡潔に述べよ。

地1

地震について以下の問いに答えよ。

［1］　地震は地下の岩盤に蓄えられた歪エネルギーが破壊によって解放され，地震波として放出される現象である。

（a）　地震の際に放出されるエネルギーと地震の規模を示すマグニチュードとの経験的な関係について下記の式がある。

$$\log_{10} E = 4.8 + 1.5\,M \qquad \text{（式 1）}$$

（E: エネルギー(J)，M: マグニチュード）

（式 1）から，マグニチュードが 2 大きいと放出されるエネルギーが何倍になるか示せ。

（b）　ある地域である期間に発生する地震の回数とマグニチュードとの経験的な関係について下記の式がある。

$$\log_{10} N = 6.7 - M \qquad \text{（式 2）}$$

（N: 発生回数，M: マグニチュード）

規模の大きな地震が想定される地域において，それ以前により規模の小さな地震が数多く起こったとしても，それらによって規模の大きな地震を引き起こすエネルギーが十分には解放されないことを，（式 1）および（式 2）から示せ。

［2］　緊急地震速報は 2011 年 3 月 11 日に発生した東北地方太平洋沖地震以降しばしば発表され，広く知られるようになった。

（a）　緊急地震速報を出す仕組みについて説明せよ。

（b）　緊急地震速報の問題点について説明せよ。

地２

GPS（全地球測位システム）を応用した技術について以下の問いに答えよ。

［１］ 電子基準点は従来の三角点に代わる測量の基準となるものである。電子基準点の概要について説明し，三角点と比較して優れている点について説明せよ。

［２］ カーナビゲーションは民間に最も普及している GPS 応用技術の一つである。カーナビゲーションにおいて自車の位置を測位する方法として自律測位と他律測位がある。それぞれについて長所または短所を挙げながら概要について説明せよ。

情 1

C 言語における以下の問に答えよ。以下のプログラムにおいて，\(バックスラッシュ) は¥(円記号) と同じである。

[1] 次のプログラムの表示結果を示せ。

```
int main(void){
    int a=0x468a; char b[]="pqrstu";
    printf("  %x\n  %x\n  %x\n", a++, ++a, a--);
    printf("  %c\n  %s\n", b[3], &b[2]);
    return 0;
}
```

[2] 大きさが n である整数型 1 次元配列 a の各要素には 1 から 9 までの整数がランダムに代入されている。x を 1 から 9 までのいずれかの値をとる整数とする。x, a, a の大きさ n を引数として受け取り，x と同じ値が代入された a の要素に 0 を代入する関数 fnc1 を再帰的プログラミングで作成した。下線部に入れるべき式，または式の一部を答えよ。

```
int fnc1(int a[], int n, int x){
    if( _____(1)_____ ) a[n]=0;
    if(n>0){
        return fnc1( _____(2)_____ );
    }else{
        _____(3)_____ ;
    }
}
```

[3] n 行 n 列の正方行列のすべての要素の和を計算する関数 fnc2 を作成せよ。正方行列の要素は実数型 2 次元配列 a に代入される。fnc2 は，a と a の大きさ n を引数として受け取り，演算結果を return 文で返す。a の最大サイズを N とする。ただし，n≤N である。fnc2 を利用する main 関数を以下に示すので，これにあわせて fnc2 を作成せよ。

```
#include<stdio.h>
#define N 10
int main(void){
    float a[N][N]={{1,10},{2,100}}, n=2;
    printf("%f\n", fnc2(a,n));
    return 0;
}
```

[4] 文字型配列 name と整数型変数 age をメンバーとする構造体 exm を定義せよ。

[5] 問題 [4] で定義した構造体を用いて，サイズ n の配列 mem を定義した。mem のメンバー name には氏名が，メンバー age には年齢が代入されている。age の値が整数変数 z の値と等しい mem の要素の name をディスプレイに表示する関数 fnc3 を作成した。下線部に入れるべき式，または式の一部を答えよ。

```
int fnc3(struct exm mem[], int n, int z){
    _____(4)_____
    for(i=0; i<n; i++){
        if( _____(5)_____ == z) printf( _____(6)_____ );
    }
    return 0;
}
```

情 2

[1] R. Axelrod は，従来の典型的な社会科学の方法は「人は合理的選択をする」という仮定に基づいていると指摘した後，その仮定に基づかない方法に関して，次のように記述している。その方法とはいかなるものか，次の内容に即して 150 字以内で述べよ。なお，参考までに，一部の英単語の典型的な意味を記す。

The main alternative to the assumption of rational choice is some form of adaptive behavior. The adaptation may be at the individual level through learning, or it may be at the population level through differential survival and reproduction of the more successful individuals. Either way, the consequences of adaptive processes are often very hard to deduce when there are many interacting agents following rules that have non-linear effects. Thus, simulation of an agent-based model is often the only viable way to study populations of agents who are adaptive rather than fully rational.

(R. Axelrod, "*The Complexity of Cooperation*", Princeton University Press, 1997 より)

rational: 合理的，adaptive: 適応的，differential: 差分的，reproduction: 繁殖，deduce: 推定する，演繹する，viable: 実行可能な

[2] 図１の (a)，(b) は，それぞれ 0, 1, 2 の３種類の戦略間でゲームを行った場合にお互いに取り合う得点を示している（矢印の出る側が矢印の向かう側と対戦したときの，矢印の出る側の得る得点が矢印の横に書かれている。同じ戦略者同士は自分から自分に戻る曲線の横に得点が示される）。たとえば，(a) において，戦略０をとる個体と戦略１をとる個体が対戦すると戦略０は０点，戦略１は５点を得る。

３戦略の中の一つをとる個体を戦略ごとに同じ数だけ（例えば 20 個体ずつ）用意し，生態学的トーナメント，具体的には，自分自身との対戦も含めて総当たりでゲームを行った後，各個体が得た総得点を戦略の種類ごとに合計し，その割合で次の総当たり戦に登場する各戦略の個体数を配分することを繰り返すことを行う。このとき，次の各場合における各戦略の個体数の推移（数字で具体的に示すのではなく，"最初，どの戦略者の数が～し，....，次に，...." のように）を，理由とともに推測せよ。

（１）得点が（a）の場合

（２）得点が（b）の場合

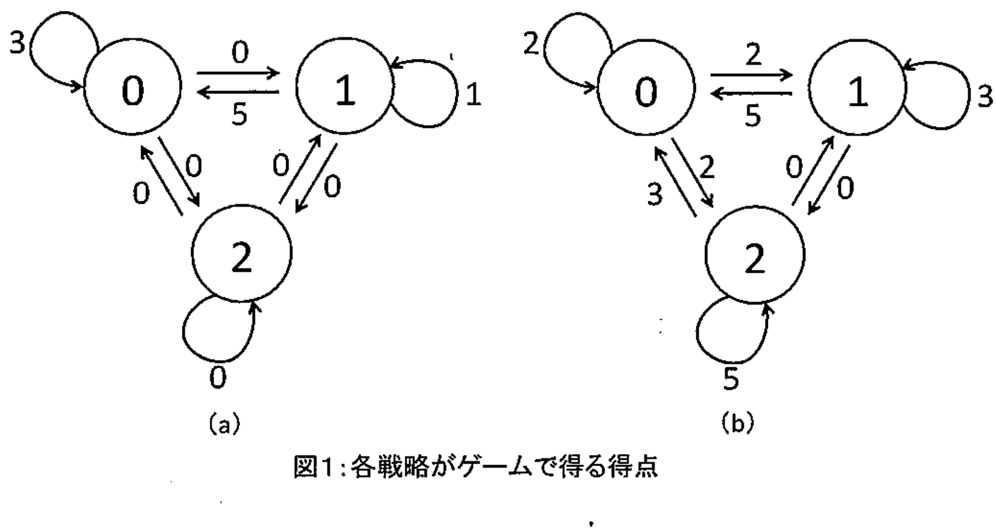


図1：各戦略がゲームで得る得点

情３

下位の桁の数値から上位の桁の数値に、順次、各桁に注目して並べ替えを行うことにより、数値の整列（ソート）を行う基数ソート（基数整列）を取り上げる。たとえば、３桁の数値がある場合、１の位、１０の位、１００の位と並べ替え、全体の数値をソートする。ソートの対象の数値は、１０進数の数値とし、小さな数値から大きな数値の順に、昇順に並べ替えるとする。

１）対象の各桁の数値をソートする場合に、ソート前後で、それらの数値の並び方に求められる性質を述べよ。

２）基数ソートにおいて各桁のソートに用いられる効率的なソート法を１つ挙げ、その方法を用いて、n 個の k 桁の数値を基数ソートでソートするための計算量のオーダを示せ。

３）数値列４５１、１３２、５４８、８０９、５７３、７３２、３５２の７個の数値を基数ソートする場合の数値の並びを、計算過程が分かるように、その途中結果も書き出しながら、示せ。

人１

縄文時代の陸獣狩猟の特徴について，定量的分析の観点から述べなさい。

人2

先史時代における植物質食料の利用パターンを復元するために，これまでさまざまな研究が行われているが，その実例を１つあげて，方法論・用いた資料・分析で得られた結果等について具体的に述べなさい。

工 1

図のように幅bと高さhの長方形断面をもつ長さℓの片持ちはりがある。断面の図心を通り紙面に垂直な軸周りの断面二次モーメントIは，$I = \dfrac{bh^3}{12}$で計算される。また，はりのヤング率はEである。O-xy座標を図のようにとる。以下の二つの問に答えよ。

[1] 幅bが一定であるとする。

(1) 端点Aに力Fを下向きに作用させるとき，端点Aの変位を求めよ。

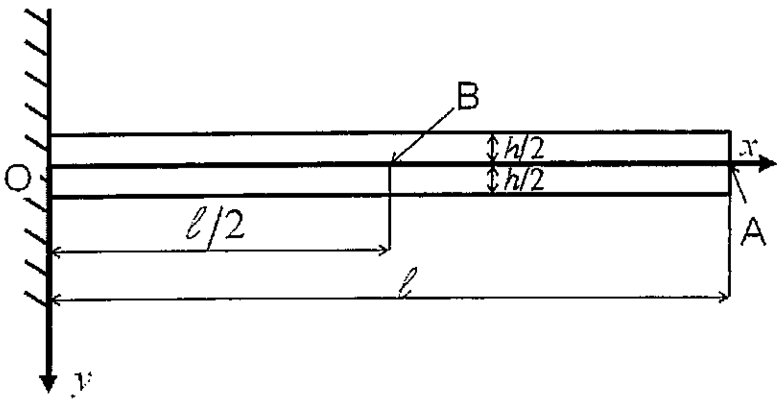
(2) 壁面に接するはりの断面に発生する垂直応力とせん断力の分布を図示せよ。

(3) 点Bに位置するはりの微小要素に作用する主応力と主方向を求めよ。

[2] 幅bがxの関数であるとする。

(1) 任意のxについて断面に発生する垂直応力が一定である平等強さのはりを設計したい。そのための関数$b(x)$を求めよ。

(2) 平等強さのはりの端点Aに力Fを下向きに作用した時の端点Aの変位を求め，問[1]のはりの変位と比較せよ。



図

工 2

[1]　二次元空間（$x-y$ 平面）における非圧縮性流れについて，以下の問いに答えなさい。ただし，x および y 方向の速度成分をそれぞれ u および v とする。

1）　連続の方程式を u および v を用いて表し，その物理的意味を述べよ。

2）　流れ関数 ψ と u および v との関係を示せ。

3）　渦度 ω を u および v を用いて表し，その物理的意味を述べよ。

4）　速度ポテンシャル ϕ が存在するための流れの条件を述べよ。また，ϕ と u および v との関係を示せ。

5）　流線（ψ=一定）と等ポテンシャル線（ϕ=一定）が存在する場合には，両者は直交することを示せ。

[2]　流体の運動に関する以下の用語について，それぞれ 150 字以内で説明しなさい。ただし，数式や図を併用してもよい。

1）　Mach 数

2）　Bernoulli の定理

3）　Euler の運動方程式

工 3

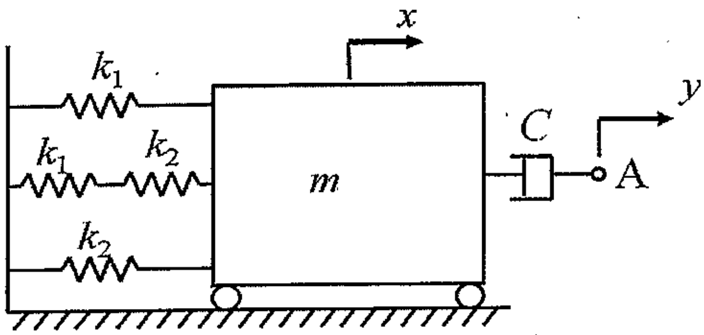
[1] $F(s) = \dfrac{4}{s^4 + 4}$ を逆ラプラス変換せよ。

[2] 図のような振動系があり，力 $p(t)$ を作用させることで点 A は変位 $y = a\sin\omega t$ で動いている。ここで，ω は角速度であり，質量 m の台車は床の上を摩擦なく動くものとする。また，k_1 と k_2 を台車に接続されるばねのばね定数，C をダンパの粘性摩擦係数とする。以下の問に答えよ。

(1)この振動系の運動方程式を求めよ。

(2) $P(s)$ を出力，$Y(s)$ を入力とする伝達関数を導け。

(3)定常状態における $p(t)$ の振幅と位相を求めよ。



図

(参考) ラプラス変換表

時間関数	ラプラス変換された関数	時間関数	ラプラス変換された関数
デルタ関数 $\delta(t)$	1	te^{-at}	$1/(s+a)^2$
ステップ関数 $u(t)$	$1/s$	$\sin\omega t$	$\omega/(s^2+\omega^2)$
t	$1/s^2$	$\cos\omega t$	$s/(s^2+\omega^2)$
$(1/2)\,t^2$	$1/s^3$	$e^{-at}\sin\omega t$	$\omega/\{(s+a)^2+\omega^2\}$
e^{-at}	$1/(s+a)$	$e^{-at}\cos\omega t$	$(s+a)/\{(s+a)^2+\omega^2\}$
df/dt	$sF(s)-f(0)$	$\int f(t)dt$	$\dfrac{F(s)}{s}+\dfrac{f^{(-1)}(0)}{s}$
d^2f/dt^2	$s^2F(s)-sf(0)-f'(0)$		

注) f に付した「$'$」と「(−1)」は，それぞれ一階微分と一重積分を表す。

論理的思考： クリティカル・シンキング

問1．

（1）総勢50人の社員を抱えるA社の社内メールについて，これまでに誰が誰宛に送信したかを調査したところ，以下の事実が分かった．

a）自分自身宛に送信したことのある社員はいない．

b）任意の社員x, y, zについて，次のパターンが成り立っている．「社員xが社員yに送信したことがあり，社員yは社員zに送信したことがあるとする．このとき必ず，社員xは社員zにも送信したことがある」(注)．

さて，このとき次のことがらは成り立つか．

「A社では社内メールの送信者に受信者が返信したことがない」

あなたの判断をまず示し，次いでその判断の理由をわかりやすく書きなさい．

（2）同様の調査を，やはり社員50人のB社についても行った．調査員はその結果を次のような報告にまとめた．

【報告】貴社の社内メールの送受信者について調査したところ，以下のパターンが見いだされました．

a）自分自身宛に送信したことのある社員はいない．

b）任意の社員x, y, zについて，社員xが社員yに送信したことがあり，社員yは社員zに送信したことがあるとする．このとき必ず，社員xは社員zにも送信したことがある(注)．

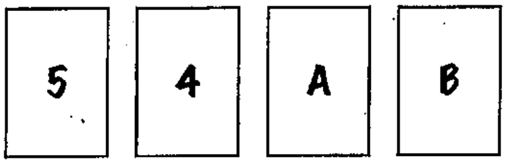
c) どの社員も誰かに送信したことがある．

ところが，報告を受けたB社の社長は，この報告書を一目見るなり「君の調査はどこかが間違っている．やり直してくれたまえ」と答えた．さて，この社長はなぜこのように考えたのだろうか，あなたの考えをわかりやすく書きなさい．

（注）「任意の社員x, y, zについて」は，$x+y=10$が$x=y=5$の場合を排除していないのと同様に，これらのすべてないしいくつかが同一人物である場合を排除していないものとして解釈すること．

問2.

ここに4枚のカードがある．どのカードも片面に数字，もう片面にアルファベットが1文字ずつ書かれている．いま，テーブル上には次のようにカードが置かれているとしよう．



さて，この4枚のカードについて，「片面に母音が書かれているカードの裏には必ず奇数が書かれている」という命題が成り立っているかどうかを知りたい．4枚とも裏返せばもちろんこの命題が成り立っているかどうかが分かるが，できるだけ少ない枚数で確実に知るには，最低何枚のカードを裏返す必要があるか．また，それはどれか．まず解答を簡潔に記し，次にその根拠を筋の通った仕方で記述しなさい．

問3.

小野，祝，吉田，猪熊の4人は，世界的に有名な昆虫標本のコレクターである．各人とも1万種を超える昆虫の標本を所有している．このたび，この4人は互いに自分のコレクションを比べてみた．その結果，次の事実が分かった．ただし，「しかじかの種の昆虫の標本を所有している」ということを簡単のため「しかじかの種を所有している」と表現してある．

事実 a) 小野が所有している種は，すべて祝も所有している．
事実 b) 猪熊と吉田の両方が所有している種はない
事実 c) 4人のうち1人だけが所有している種はない

(1) 以下の命題のうち，成り立つことが事実a)〜c)から確実に推論できるものはどれか．複数あればすべて答えよ．自分がどのような思考過程を経て解に達したかも記述しなさい．

命題 1) 4人全員が所有している種はない
命題 2) 猪熊が所有している種はすべて祝も所有している
命題 3) 吉田が所有している種はすべて小野も所有している
命題 4) 4人のうち小野以外の誰かによって所有されている種があるなら，それらはすべて吉田か猪熊によって所有されている

(2) 4人のうち最も種数の大きなコレクションをもっていると確実に言えるのは祝であることを，背理法によって示しなさい．つまり，「祝が所有していないが，他の誰かが所有している種があると仮定し，その種をAとする」から始めて，この仮定が成り立たないことを示しなさい．（この問の解答に限っては図を使わずに言葉で記述しなさい）

(3) 以下の命題のうち，成り立ちうるものはどちらか．自分がどのような思考過程を経て解に達したかも記述しなさい．

命題 5) 4人のうち2人だけによって所有されている種はない
命題 6) すべての種は誰かに所有されているとすれば，4人のうち小野を含む2人だけによって所有されている