# 平 成 ２ ０ 年 度

# 名古屋大学大学院情報科学研究科
# 計算機数理科学専攻
# 入 学 試 験 問 題

## 専　　　門

平成２０年２月１３日（水）
１２：３０～１４：００

## 注 意 事 項

１．試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはならない。

２．試験終了まで退出できない。

３．（外国人留学生は、日本語から母語への辞書１冊に限り使用してよい。
電子辞書の持ち込みは認めない。）

４．問題冊子、解答用紙２枚、草稿用紙１枚が配布されていることを確認せよ。

５．問題は線形代数、微分積分、離散数学の３科目がある。このうち２科目を選択して解答せよ。なお、選択した科目名を解答用紙の指定欄に記入せよ。

６．解答用紙は指定欄に受験番号を必ず記入せよ。解答用紙に受験者の氏名を記入してはならない。

７．解答用紙は試験終了後に２枚とも提出せよ。

８．問題冊子、草稿用紙は試験終了後に持ち帰ってよい。

**問題 1. (線形代数)**
以下の各問に答えよ.

(1) 3 次元空間の 4 点 $(a,2,1)$, $(1,2,3)$, $(2,0,b)$, $(c,1,2)$ が同一平面上にあるための必要十分条件を求めよ.

(2) $V$ を $x$ に関して 2 次以下の実係数多項式全体の集合とし, $V$ を実線形空間とみなす.

(i) $f \in V$ に $f$ の微分 $f'$ を対応させる写像 $F$ は $V$ から $V$ への線形写像であることを示せ.

(ii) $V$ の基底 $1, x, x^2$ に対する $F$ の表現行列を求めよ.

(iii) $V$ に

$$(f,g) = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)dx, \quad \|f\| = \sqrt{(f,f)}$$

により内積およびノルムを定める. このとき, グラム・シュミットの方法を用いて基底 $1, x, x^2$ から正規直交基底をつくれ.

**問題 2. (微分積分)**
以下の各問に答えよ.

(1) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$ の極値を求めよ.

(2) $\mathbf{R}^2$ 上の領域 $D$ を $D = \{(x,y); x^3 \leqq y \leqq x,\ 0 \leqq x \leqq 1\}$ で定めるとき, 次の重積分の値を求めよ.

$$\iint_D xy\, dxdy.$$

(3) $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ を $n \to \infty$ のとき実数 $\alpha$ に収束する実数列とするとき, $(a_1+a_2+\cdots+a_n)/n$ も $\alpha$ に収束することを示せ.

**問題 3. (離散数学)**
$V$ を頂点集合, $E$ を辺集合とする有限な単純無向グラフ $G=(V,E)$ の辺数を $m=|E|$, 各頂点 $v \in V$ の次数 (すなわち $v$ に接続する辺数) を $d_v$, 最大次数を $\Delta = \max_{v \in V} d_v$ と記す. 以下の各問に答えよ.

(1) ある定数 $a$ に対して $\sum_{v \in V} d_v = am$ が成り立つことが知られている. そのような $a$ の値を答え, その理由を述べよ.

(2) グラフの各頂点に色 $c_1, c_2, \ldots, c_k$ からいずれかを塗るとき, 各辺の両端点の色が異なるような塗り方が存在するならば $k$ 色で点彩色可能という. $G$ は $(\Delta+1)$ 色で点彩色可能であることを証明せよ.