

回転 2 重円筒流れに発現する非一意モード情報の定量的評価

Quantitative Estimation of Non-unique Mode Formation Information on flows between rotating two cylinders

正 渡辺 崇 (名大) 正 古川 裕之 (富士総研)
 正 中村 育雄 (名城大)

Takashi WATANABE, Nagoya University, Nagoya
 Hiroyuki FURUKAWA, Fuji Research Institute, Tokyo
 Ikuo NAKAMURA, Meijo University, Nagoya

Taylor-Couette flows developing between two rotating cylinders have various flow modes which show different flow patterns even though the length of cylinders and the Reynolds number are kept constant. In this paper, we show that the non-unique phenomena are found not only in the steady flows but also during the formation processes of final flows. Subjective observations of flow vectors or contours of flow functions are usually used to determine flow modes. We introduce a new quantitative mode-detection method that is based on the human knowledge about the vortices appearing in the flow fields. This method is utilized to estimate the information given by the nonlinear dynamics found in Taylor-Couette flows.

Key Words : Nonlinear Phenomenon, Flow Pattern Transition, Taylor-Couette Flow, Entropy Function, Computational Fluid Dynamics

1. 緒言

有限長さの回転 2 重円筒間に発達するテイラー渦流れは、円筒の長さやレイノルズ数が同じであっても、定常状態では異なった流れパターンが現れる非一意なモードを持つことが知られており、また、その非定常な流れの発達途中では、複雑な過程をとることが明らかにされている⁽¹⁾。本報告では、定常状態に至るまでの時間依存のモード形成過程の非一意性について述べる。流れモードの判定には、これまでは主に主観的な方法が用いられてきたが、本研究では、人間の知識を利用した定量的な方法を導入することにより、非線形ダイナミクス現象を客観的に情報評価、整理する方法を導入する。

2. 支配方程式と計算条件

内外円筒の半径比を 0.667, すきまと円筒高さの比をアスペクト比 とする。レイノルズ数 Re は、すきまを代表長さとして定義する。支配方程式は、円筒座標系 (r, θ, z) の軸対称 Navier-Stokes 方程式と連続の式である。支配方程式の離散化は MAC 法に基づく。境界条件として壁面ですべりなしの条件を与える。初期条件として全領域で速度ゼロとし、内円筒周速度は、無次元時間 T の間に、定められたレイノルズ数に達するように増速する。流れの可視化に用いる Stokes の流れ関数は次式で与えられる。

$$u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (1)$$

想定した具体的な流動条件として、内円筒半径 20mm, 外円筒半径 30mm, 動粘度 $6\text{mm}^2/\text{s}$ とする。そして、増速時間 T は、有次元表示で 0 秒から 2 秒までの範囲とする。

3. 流れのモード判定

回転 2 重円筒間の流れのモード判定は、子午線断面における速度ベクトル図や流れ関数の値線図を描き、主観的に判定されてきた⁽²⁾。一方で、等方乱流中の渦を特定するための各種の方法が報告されている⁽³⁾。これらの各種の方法を比較することにより、本研究では、壁面での値をゼ

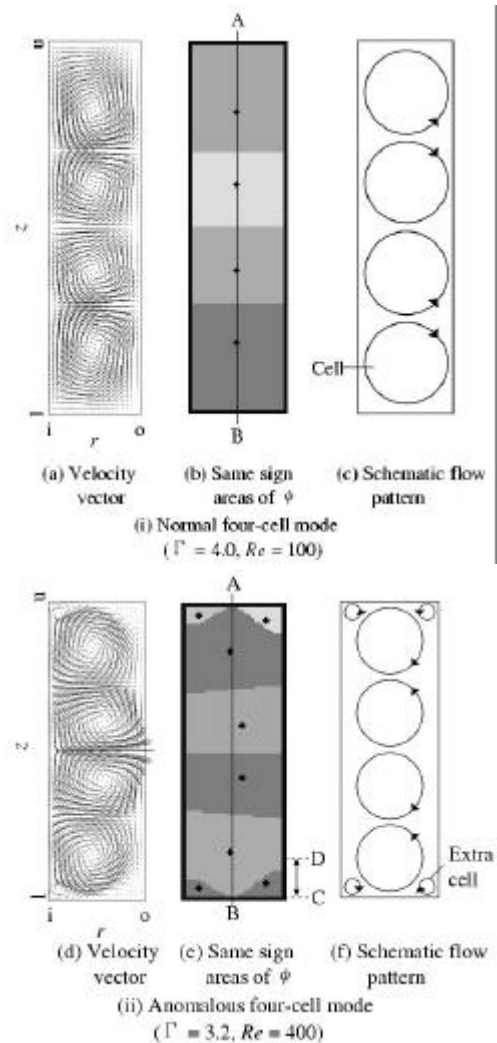


Fig. 1 Typical flow patterns found in the circumferential section of Taylor-Couette flow

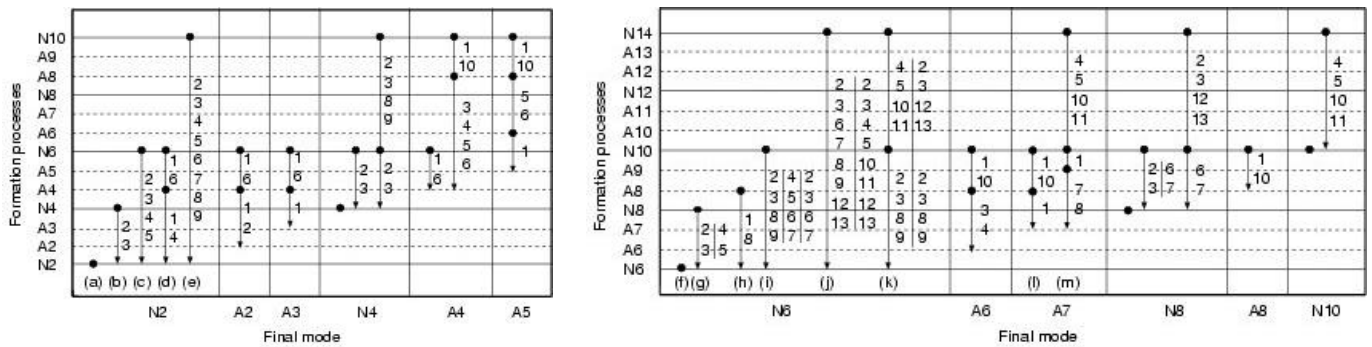


Fig. 2 Mode formation processes of time-dependent Taylor-Couette flows

口とした，流れ関数の正負の領域より，渦（セル）の数を定量的に判定することとする．

図 1 において，横軸が半径方向(r)，縦軸が軸方向(z)であり，左側が回転内円筒，右側が静止外円筒である．図 1 (i), (ii)は，それぞれ正規 4 セルモード，変異 4 セルモードの流れを示す．各流れの流れ関数を算出し，その値が正，負をとる領域で分割すると図 1(b), (e)が得られる．変異モードの場合，円筒端面にエクストラ渦が現れる．これまでの経験により，このエクストラ渦を，他の大きな渦の平均的な高さの半分以下の大きさであり，かつ壁面に接する領域（図 1(e)中の CD の範囲）に抑えられる渦とする．この流れ関数の符号に基づき，流れが持つ渦の数を判定し，流れのモードを特定する．

4. モード発達過程

図 2 に，本計算で確認されたモードの変化過程を示す．横軸が最終モードであり，縦軸は形成過程において経過する中間モードを示す． N_n は正規 n セルモードを， A_n は変異 n セルモードを示す．矢印の右側の数値は，モード変化が起きるときに消滅するセルの端面からの位置を示す．

最終モードが正規 2 セル($N2$)になるときは，5 種類の発達過程が見出された．つまり，(a)当初より正規 2 セルが発現する場合，(b)正規 4 セルが現れた後に正規 2 セルとなる場合，(c)正規 6 セルが現れた後に正規 2 セルとなる場合，(d)正規 6 セルが現れ，途中で変異 4 セルとなり，正規 2 セルとなる場合，(e)正規 10 セルが現れた後に正規 2 セルとなる場合である．そして，例えば(d)の場合には，最初に発現する正規 6 セル($N6$)のうち，端面から 1 番目と 6 番目のセルが消滅して変異 4 セルモード($A4$)が形成された後に，1 番目と 4 番目のセルが消滅して 2 セルが形成される．

アスペクト比と最終レイノルズ数を固定した場合の，流

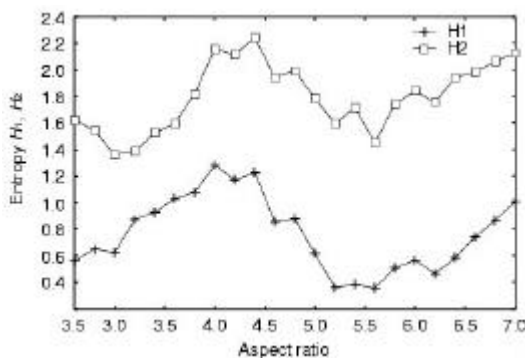


Fig. 3 Entropy function of developed and developing flows

れの複雑さを評価する指標として，ここでは，2 種類の確率を用いたエントロピー関数（情報エントロピー）を考える．一つの確率は，増速時間の差異に依存して形成される各最終モードが一致する確率であり，もう一つの確率は，流れが最終状態に達するまでにとるモードの変化過程が一致する確率である．これらのうち，前者の確率に基づくエントロピー関数を $H1$ ，後者に基づくエントロピー関数を $H2$ とし，それぞれのアスペクト比に対する変化を図 3 に示す．エントロピー関数の値が大きいくほど情報量が多く，多彩な流れが現れていることを表す． $H1, H2$ とともに， 4.4 および 5.6 付近でそれぞれ極大，極小を取っている．また，本計算で対象とした上限のアスペクト比 7.0 に近づくに従い，エントロピー関数の値は増える．実験的観測⁽⁴⁾によると，アスペクト比が 4.4 付近では，正規 4 セルモードが波動テイラー流れに遷移する臨界レイノルズ数が，その前後のアスペクト比の流れと比べて大きく，定常流がより安定しており，同様に，正規 6 セルモードの流れはレイノルズ数が 7.0 前後で安定している．このため，図 3 は，安定した流れにおいて，より多彩な流れが現れることを示している．

5. 結論

内円筒が静止状態から徐々に発達する回転 2 重円筒間流れの発達過程を数値的に解析した．そして，これまで主観的に行われてきた流れパターンの判定方法に対して，経験に基づく定量的な判定法を導入することで，流れの最終モードおよび流れの発達過程を整理した．その結果，レイノルズ数，アスペクト比が同じであるにも関わらず，最終モードが異なることを確認するとともに，最終モードへの発達過程にも，非一意性が存在することを明らかにした．また，この定常流，発達過程をエントロピー関数の立場から調べることで，安定した定常テイラー渦流れが現れるアスペクト比で，定常流，発達過程ともに多彩なモード様式を持つと考えられることを示した．

参考文献

- (1) Watanabe, T., Furukawa, H., Aoki, M., Nakamura, I., J. Visualization, 4-3 (2001), 223-230.
- (2) Bolstad, J.H., Keller, H.B., J. Comput. Phys., 69 (1983), 230-251.
- (3) 三浦, 木田, ながれマルチメディア 98, 17-3 (1998), URL: http://www.nagare.or.jp/mm/98/index_ja.htm.
- (4) 中村, 戸谷, 山下, 植木, 機論, 54-505B (1988), 333-34.