

半径方向隙間の有無が容器内回転円盤周りの流れに及ぼす影響

Influence of Radial Gap on Flows around a Rotating Disc in Cylindrical Casing

- 千代盛 豊, 名古屋大学大学院, 464-8603, 名古屋市, chiyomori@vi.cs.is.nagoya-u.ac.jp
- 渡辺 崇, 名古屋大学エコトピア科学研究所, 464-8603, 名古屋市, watanabe@media.nagoya-u.ac.jp
- CHIYOMORI Yutaka, Graduate School of Information Science, Nagoya University, Nagoya 464-8603
- WATANABE Takashi, EcoTopia Science Institute, Nagoya University, Nagoya 464-8603

The purpose of this study is to analyze flows around a rotating disc in a cylindrical enclosure, where the gap width between the disc rim and the inner wall of the casing is negligible or not negligible. The time-dependent appearance of the spirals in the Bödewadt layer is estimated. Numerical approach predicted the chaotic development of flows with the Reynolds number. When there is no radial gap, flow different from the one with axial gap appears. The number of spirals around $Re = 40000$ is different from the numbers at higher Reynolds numbers.

1. 結論

各種の流体機械によく見られている、回転円盤まわりに発生する流れは非常に興味深い。このため、これまで様々な実験および数値実験が行われてきた。これらは、円盤回転の増大とともに、同心円流、螺旋流、螺旋乱流、乱流状態に至ることが示されている^(1,2,3)。しかし、これまで主たる対象とされてきたものは、円盤の半径が有限であり、また円盤の周辺端面の領域は除外した回転円盤上の流れであった、一方、円筒容器と、その中で回転する円盤端面の幾何学的形状を考慮した実用的な研究が報告されている^(4,5)。これらの研究を受けて、本報では、半径方向、軸方向、両方の隙間の変化や、半径方向隙間の有無が流れの発達に及ぼす影響を、数値的、実験的に評価した結果について報告する。

隙間ありの幾何形状は、次の4種類である。

- Disc a: $r_c = 1.1181, h_d = 0.0787, h_u = h_l = 0.1181, r_s = 0.0787, h_c = 0.3150$
- Disc b: $r_c = 1.1181, h_d = 0.1575, h_u = h_l = 0.0787, r_s = 0.0787, h_c = 0.3150$
- Disc c: $r_c = 1.1181, h_d = 0.2362, h_u = h_l = 0.0394, r_s = 0.0787, h_c = 0.3150$
- Disc d: $r_c = 1.2679, h_d = 0.0893, h_u = h_l = 0.1339, r_s = 0.0893, h_c = 0.3571$

半径方向隙間なしについては後の4章で導入する。

数値計算における支配方程式は、円柱座標系表示の非定常3次元 Navier-Stokes 方程式と連続の式であり、圧力を p 、速度成分をそれぞれの方向について (u, v, w) とする。

レイノルズ数の増加により軸対称の円形流から非軸対称の螺旋流へと遷移する。その分岐するポイントを定量的に特定するために、次の式で定義する軸方向速度成分の積分偏差値を、非軸対称性強さを与える指標として導入する。

$$V(r, d) = \frac{1}{h_c} \int_0^{h_c} \frac{1}{2\pi r} \int_0^{2\pi} \left| \left(w - \frac{1}{2\pi r} \int_0^{2\pi} w r d\theta \right)^2 \right| r d\theta dz \quad (1)$$

実験結果と数値結果を比較するにあたり、螺旋渦が固定点を通過する周波数を定量的に評価する。本研究では螺旋流が現れるレイノルズ数の範囲の流れを比較の対象とする。数値解析の結果からの評価では、固定点を、円盤周縁と外側円筒容器側面との半径方向隙間の中点と、円盤半径のほぼ半分の半径位置にとった。これらは、順に示すと次のようになる。

Disc a, b, c: $r = 1.059, z = 0.078$ Disc d: $r = 1.1362, z = 0.01339$

Disc a, b, c: $r = 0.498, z = 0.078$ Disc d: $r = 0.498, z = 0.01339$

また、軸方向速度成分から周波数解析を行い、相対周波数を算出する。

実験では、作動流体としてグリセリン水溶液にアルミ粉を添付したものを使用した。流れは、幅 2mm のスリット光により可視化し、ビデオ撮影する。そして、可視化した輝度情報から、円盤周縁の固定点における螺旋の通過周波数を測定する。

3. 解析結果

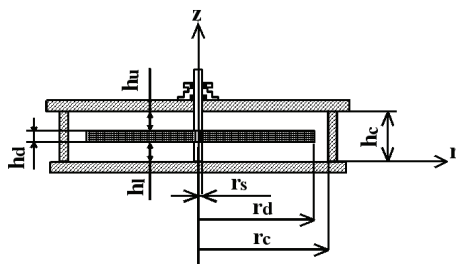


Fig.1 Coordinate system

2. 数値解析法、実験法と定量評価

対象とした場の概要図を図1示す。回転円盤の半径 r_d を代表長さとして、外側円筒容器半径 r_c 、円盤駆動シャフト半径 r_s 、円盤厚さ h_d 、外側円筒容器高さ h_c 、外側円筒容器と回転円盤との上側の隙間 h_u 、下側の隙間 h_l を無次元量で表す。また、円盤の最大周速度と円盤半径を代表量とし、 Re を代表量に基づくレイノルズ数、 t を無次元時間とする。数値解析において、流れが十分に発達したと判断できる時間は、各速度成分に対する体積平均エネルギーの時間ステップあたりの変動が、十分小さくなった時点から見積もる。

定式化の座標系は円柱座標系 (r, θ, z) とし、図1における外側円筒容器の底面の中心を原点とする。各種の半径方向隙間、軸方向隙間をもつ場を実現するために、外側円筒容器の形状を固定して、半径、厚さの異なる円盤を用いる。本研究における半径方向

3. 1. 可視化実験

半径方向隙間ありの実験結果を本節で示す。観測された流れを 2 つ紹介する。図 2 は軸方向断面を可視化したものである。円盤の回転方向は、反時計方向である。(a)は Disc a において現れる螺旋流を示す。(b)は、軸方向隙間が狭い場合の Disc c において現れる、ビーズ渦⁸⁾を示す。

3. 2. 非軸対称性強さの比較

各円盤厚さにおけるレイノルズ数の増加に伴う非軸対称性強さ $V(r; t)$ の変化を図 3 に示す。図 3 (a) は半径方向隙間の中点付近、(b) は回転円盤半径の中点付近の非軸対称性強さを示したものである。図 3 (a) の Disc a の分布では、軸対称性が崩れ、非軸対称性が現れていることが、 $Re = 4600, 4800$ での値の急増する。また、他の円盤形状の結果においても $V(r; t)$ の値が急増する臨界のレイノルズ数が存在する。

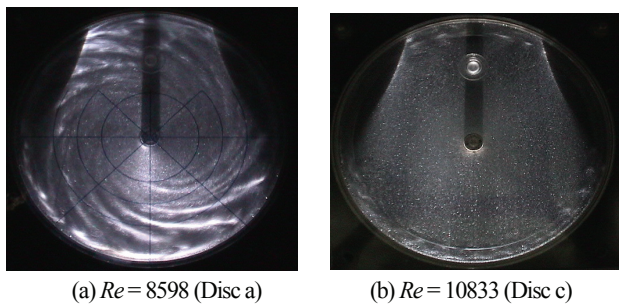
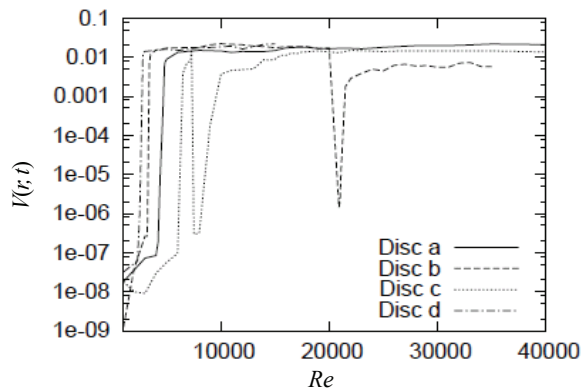
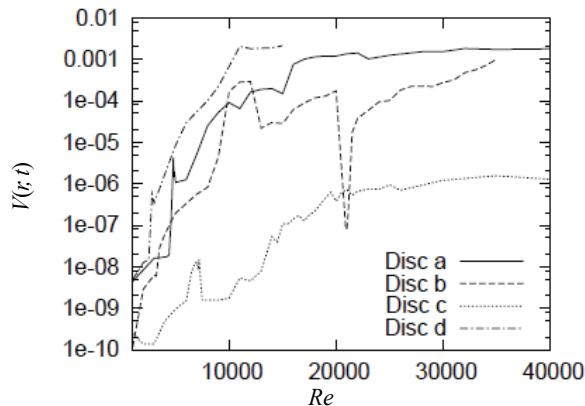


Fig. 2 Visualization of flow patterns



(a) $r = 1.059$ (Disc a, b, c), $r = 1.1362$ (Disc d)



(b) $r = 0.498$ (Disc a, b, c), $r = 0.498$ (Disc d)

Fig. 3 Variations of axisymmetry variance $V(r; t)$ with Re

このことより、円盤形状によらず、軸対称性と非軸対称性の境界を与える $V(r; t)$ の閾値が存在する。図 3(a)の結果より、本研究では、 $V(r; t)$ の値で 1.0×10^{-4} を閾値に設定する。図 3 (b) においては、円筒容器内に占める円盤の体積が小さい Disc d, a, b, c の順に、 $V(r; t)$ の増加がおこるレイノルズ数の値が大きくなる。

3. 3. Disc b の流れの遷移

図 3 で見られるように、Disc b では非軸対称流から軸対称流になり、その後再び非軸対称流に戻るという現象が捉えられている。この現象も含めて、Disc b における Bödewadt 層に現れた流れパターンを図 4 に示す。図の濃淡は軸方向速度成分の大きさの度合いを示したものである。円盤の回転方向は反時計方向である。既存の報告では、レイノルズ数の増加に従い、同心円流、螺旋流、螺旋乱流、乱流状態に至る遷移過程が示されている。図 4 の Disc b の場合、(a) では同心円流、(b) では円盤の外側で螺旋が発達した螺旋流、(c) では乱流状態が現れる。そして、 $Re = 21000$ では、(d) のように再び同心円流となる。その後、(e) では円盤の内側で発達した螺旋流が発生し、(f) では、回転方向に対して相反する 2 種類の向きの弧を持つ螺旋流へと発達していく。

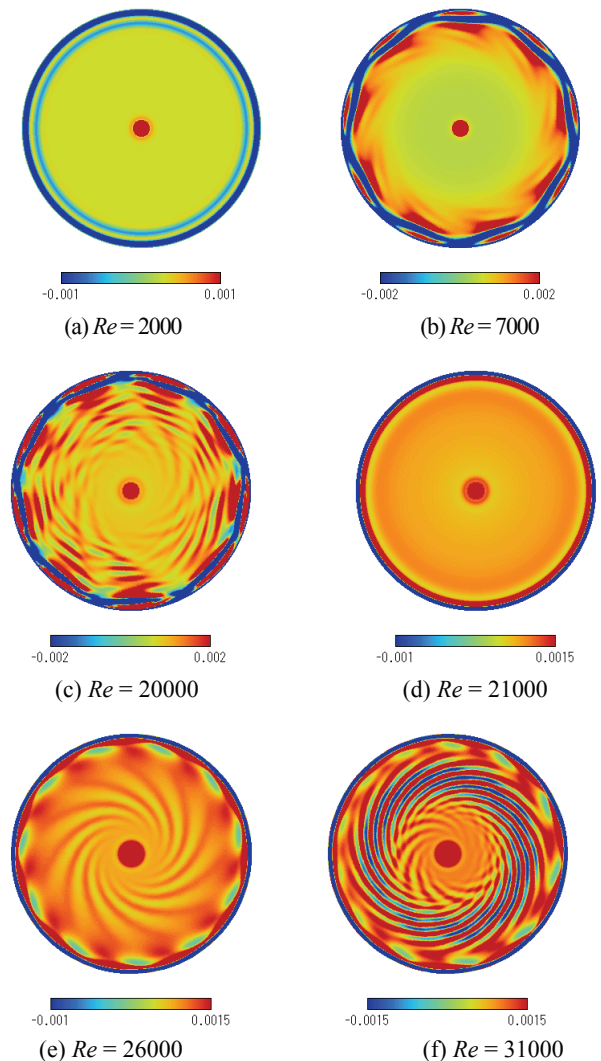


Fig. 4 Contours of axial velocity component in z -section
(Disc b, $z = 0.0787$, $t = 200$)

3. 4. Disc c の流れの遷移

図 5 に, Disc c の Bödewadt 層に現れた流れパターンを示す. 図の濃淡は軸方向速度成分の大きさの度合いを表したものである. 円盤厚さが薄い図 4 の場合ほど顕著ではないが, レイノルズ数の増加に伴い, Bödewadt 層に現れる流れのパターンは同心円流, 螺旋流, 乱流状態へと遷移していく. 図 3(a)より, $Re = 7200$ から $Re = 7300$ で \mathcal{V}_r, θ の値が一時的にピークをむかえ, 軸対称性が崩れている. この $Re = 7200$ での結果を, 図 5(b) に示す. これは図 2(b) に示すビーズ渦に相当する.

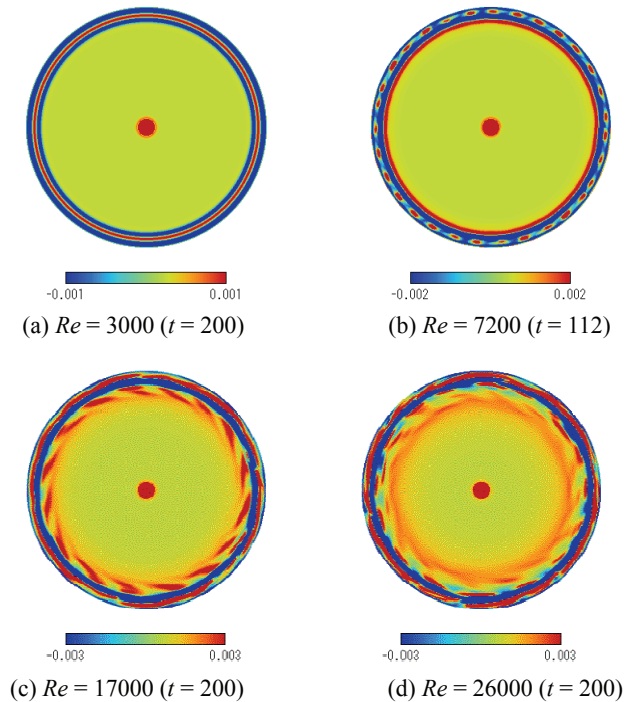


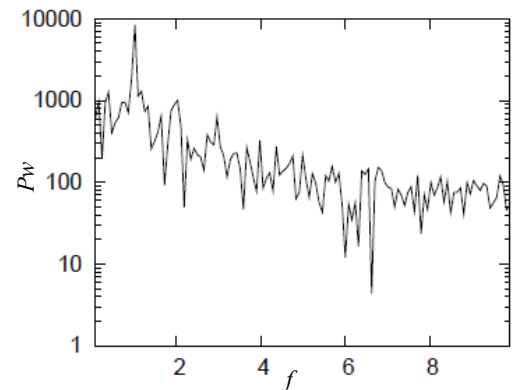
Fig. 5 Contours of axial velocity component in z-section (Disc c, $z = 0.0787$)

3. 5. 数値結果と実験結果における周波数特性の比較

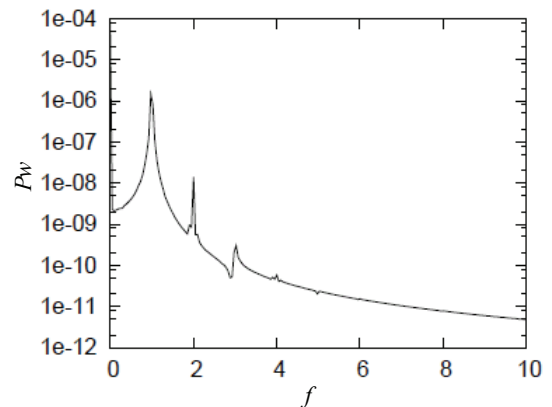
図 6 に, Disc a における, 実験の輝度情報のパワースペクトルと, 数値結果の固定点($r = 1.059, z = 0.078$)での軸方向速度成分のパワースペクトルを示す. 横軸は無次元周波数 f , 縦軸は無次元のエネルギーである. 図 6(a)は実験結果, 図 6(b), (c)は数値結果であり, 図 6(b)には図 6(a)とレイノルズ数が極めて近い場合の分布を示した. 流れは図 6(a), (b)では螺旋流, 図 6(c)では螺旋乱流である. 図 6(a), (b)では, 卓越した第一ピーク周波数が $f = 1.0$ 付近に現れていることが確認できる. 螺旋流は, 円周上における一点を通過する螺旋アームが規則的な 1 つの周期を持って出現する流れと定義することができる. 図 6(a), (b)の卓越した第一ピーク周波数は, 螺旋の 1 つのアームが固定点を通過する周期と一致することが確認できた. レイノルズ数がより大きい図 6(c)においては, 卓越したピーク周波数が見られず, 流れが複雑化しており乱流状態となっている.

螺旋アームの本数 Na のレイノルズ数依存性を図 7 に示す. 横軸がレイノルズ数, 縦軸が螺旋のアームの本数である. 数値結果のアームの本数は軸方向断面 ($z = 0.0787$) の可視

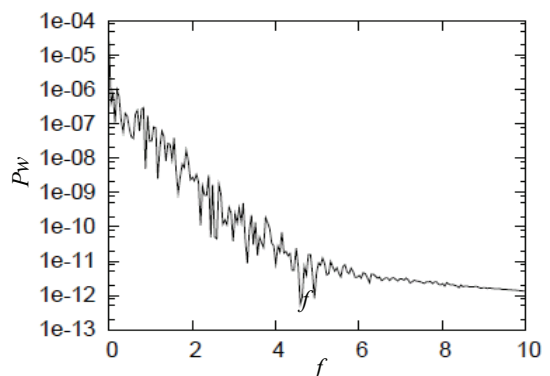
化画像より調べた. 実験結果については, 1 つの固定点におけるアームの通過周期と, 1 本のアームが円盤上を 1 周する周期より, 本数を見積もった. 実験は, その実施日時により異なる動粘度 ν で行っていることより, 図には動粘度の値ごとのプロットを行っている. 実験結果では, アームの本数がレイノルズ数とともに動粘度 ν の値により 8.5 本から 13.5 本の間で変化している. 数値結果において, アームの本数は 10.0 本から 12.0 本の範囲にある. これは, 実験結果で見られる範囲に入っていることから, 数値予測はと実験結果はよく一致している.



(a) $Re = 11073$ (experimental result)



(b) $Re = 11000$ (spiral roll)



(c) $Re = 20000$ (spiral turbulent roll)

Fig. 6 Power spectrum of axial velocity component (Disc a: $r = 1.059, \theta = 0.0, z = 0.0787$)

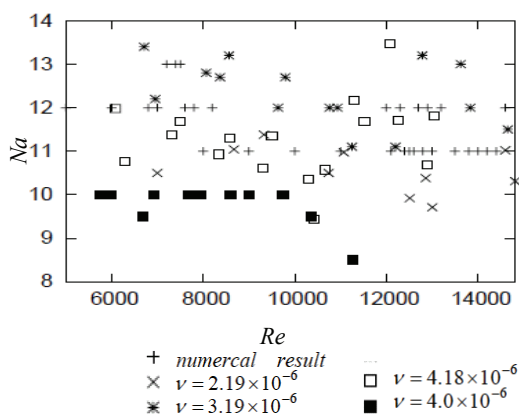
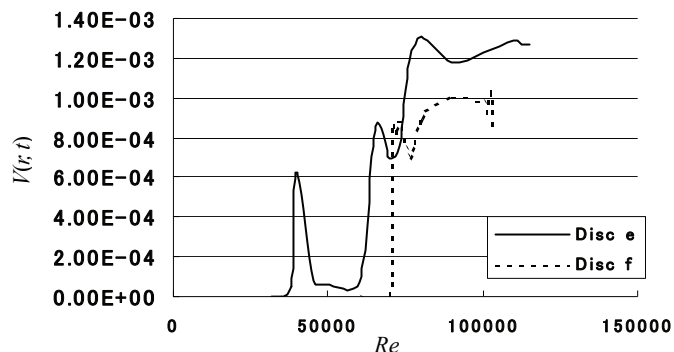


Fig. 7 Variations of number of arm with Re
(Disc a : $r = 1.059, z = 0.0787$)



(b) $r = 0.498$

Fig. 8 Variations of axisymmetry variance $V(r, t)$ with Re

4. 半径方向隙間がない容器内回転円盤周りの流れ

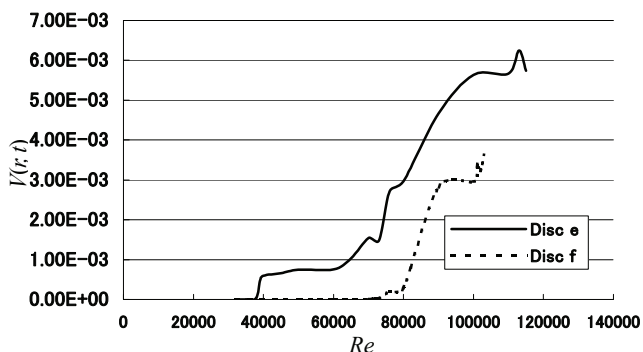
隙間なし円盤の幾何形状は Disc a と Disc b をベースにして、以下の Disc e, Disc f を設定する。

$$\text{Disc e: } r_c = 1.0000, h_d = 0.0787, h_u = h_l = 0.1181, r_s = 0.0787, h_c = 0.3150$$

$$\text{Disc f: } r_c = 1.0000, h_d = 0.1575, h_u = h_l = 0.0787, r_s = 0.0787, h_c = 0.3150$$

4. 1. 非軸対称性強さの比較

半径方向隙間がない円盤におけるレイノルズ数の増加に伴う非軸対称性強さ $V(r, t)$ の変化を図 8 に示す。図 8(a) は隙間あり円盤における半径方向隙間の中間点付近に相当する位置、図 8(b) は回転円盤半径の中間点付近位置における非軸対称性強さを示したものである。図 8(a) の Disc e の分布において、まず隙間ありで非軸対称性を示したレイノルズ数 ($Re = 30000$) でも $V(r, t)$ が 0 付近の値を示していることがわかる。 $Re = 38000$ から一度上昇し始め、非軸対称性が現れた後、 $Re = 60000$ 付近で急増している。Disc f では $Re = 70000$ あたりまで軸対称性を維持しているが、このレイノルズ数を過ぎると徐々に値が増えて、 $Re = 80000$ で増加が鈍る。半径方向隙間がない場合でも臨界レイノルズ数が存在することが確認できる。図 8(b) より、隙間ありの場合と同様に、厚さの小さい場合の方が $V(r, t)$ の増加が大きい。



(a) $r = 0.9459$

4. 2. Disc e の流れの遷移

Disc e における Bödewadt 層に現れた流れパターンを図 9 に示す。図の濃淡は軸方向速度成分の大きさの度合いを示したものである。円盤の回転方向は隙間ありの場合と同様である。上で述べたように $Re = 30000$ を超えても軸対称性を保っていることが確認できる。図 9(a) では同心円流、(b) では円盤内側で螺旋流、そして (c) から (d) へと螺旋が外側に発達している。その後、(e) では、回転方向に対するスパイラル面の角度が、円盤の内側の部分と外側の部分で異なるパターンとなる。(f) では、この現象がさらに顕著となる。(g) では内側の部分が狭くなり、(h) では、完全に乱れた流れとなる。

4. 3. Disc f の流れの遷移

Disc f における Bödewadt 層に現れた流れパターンを図 10 に示す。円盤厚さが薄い Disc e (図 9) の場合ほど顕著ではないが、レイノルズ数の増加に伴い、Bödewadt 層に現れる流れのパターンは同心円流、螺旋流、乱流状態へと遷移していく。

4. 4. 隙間なしの周波数特性

この節では、Disc e における周波数特性を示す、固定点 ($r = 0.9459, z = 0.078$) での軸方向速度成分のパワースペクトルを、図 11 に示す。横軸は無次元周波数 f 、縦軸は無次元のエネルギーである。図 11(a) は螺旋流、11(b) は螺旋乱流である。図 6(b) で見られたように図 11(a) でも同じようなピークがみられる。図 11(b) に示す螺旋乱流でも、隙間ありでの図 6(c) とほぼ同じ形をしている。

螺旋のアームの本数 Na のレイノルズ数依存性を図 12 に示す。 $Re = 40000$ までは隙間ありの結果と同様にアームの本数は 10.0 本から 12.0 本の範囲にある。しかしそれ以降は 22 から 24 本となる。これは、Serre⁽²⁾ らが行った研究の結果とほぼ一致している。

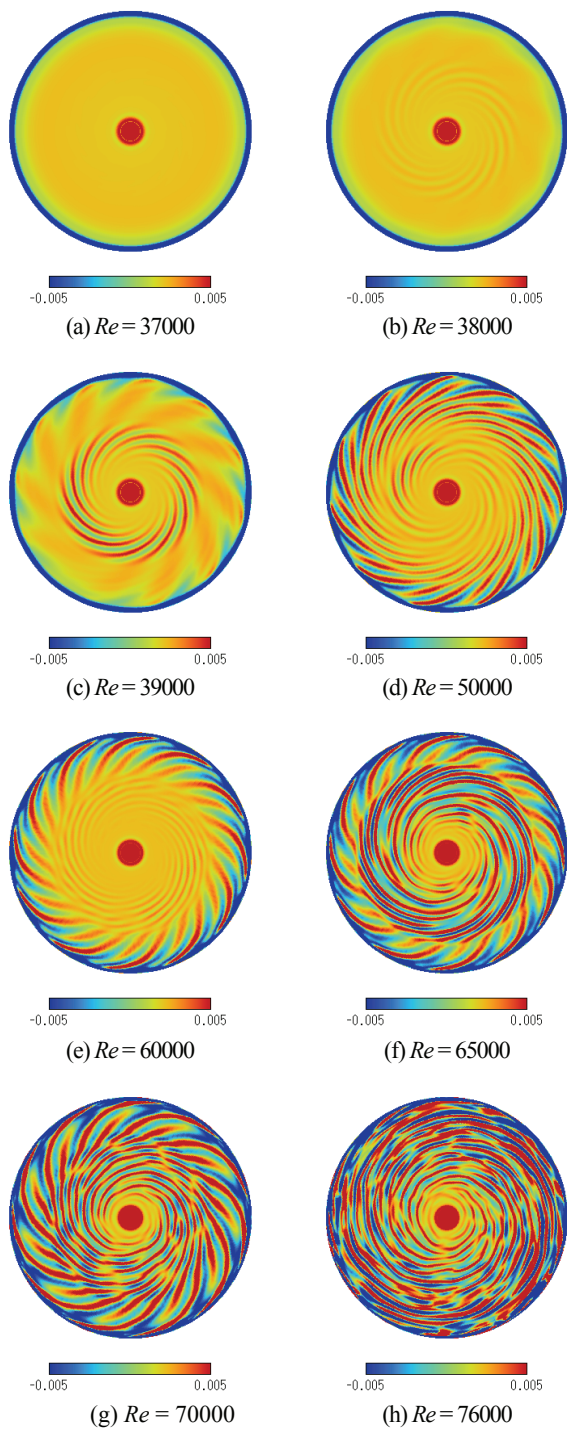


Fig. 9 Contours of axial velocity component in z -section
(Disc e, $z = 0.0787$)

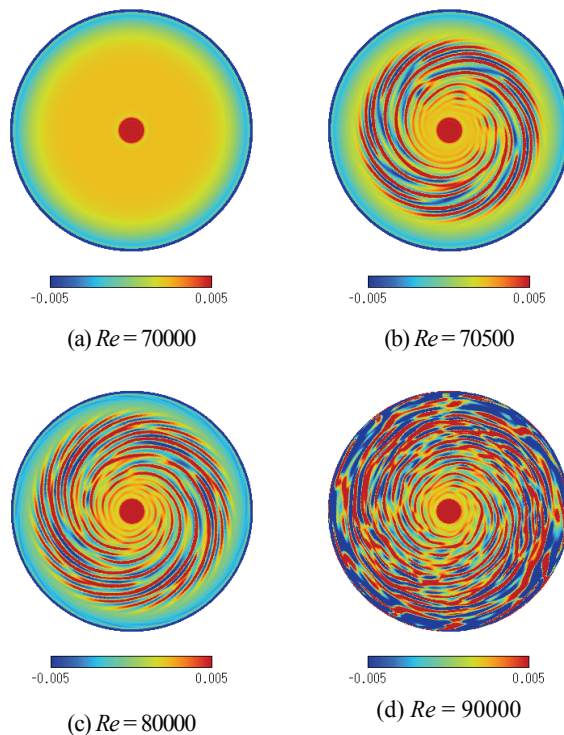


Fig. 10 Contours of axial velocity component in z -section
(Disc f, $z = 0.0787$)

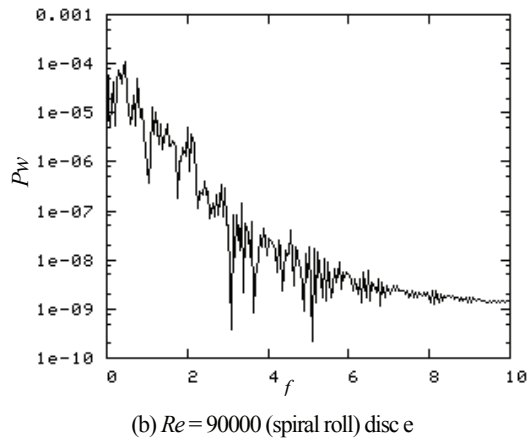
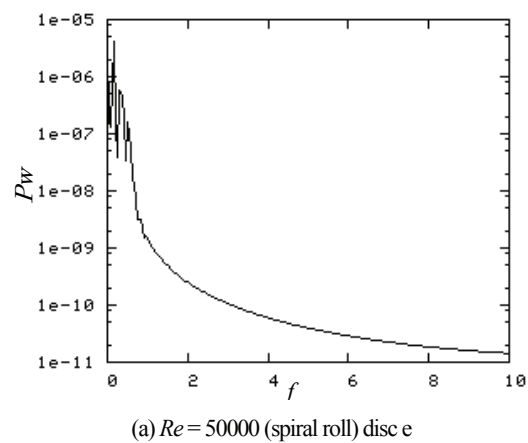


Fig. 11 Power spectrum of axial velocity component
(Disc e : $r = 0.9459$, $\theta = 0.0$, $z = 0.0787$)

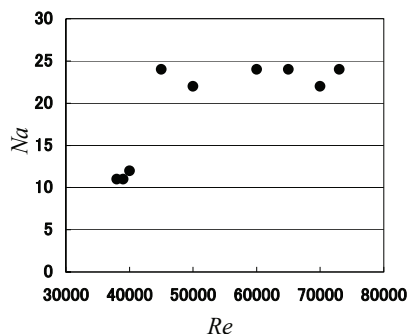


Fig. 12 Variations of number of arm with Re (Disc e)

4. 5. 三次元可視化による構造解析

Q 値による容器内の 3 次元等値面図を図 13 に示す. Q 値は, 正の領域, つまり渦構造の活発な場所のみを示し, 0 の値に対応する青から, 緑, 赤へと, その値が大きくなっていく. 図(a), (b)は, 軸方向速度成分の等値面図を示した図 4(c), 図 10(c)に相当する. Q 値で描いた螺旋構造と軸方向速度で描いた螺旋構造が一致している. 螺旋流のアームは渦成分が影響を与えていることがわかる. ここで, 流体が存在しない円盤内部に色がついているようにみえるが, これは円盤が透明であるため奥の色が透けて見えるためである.

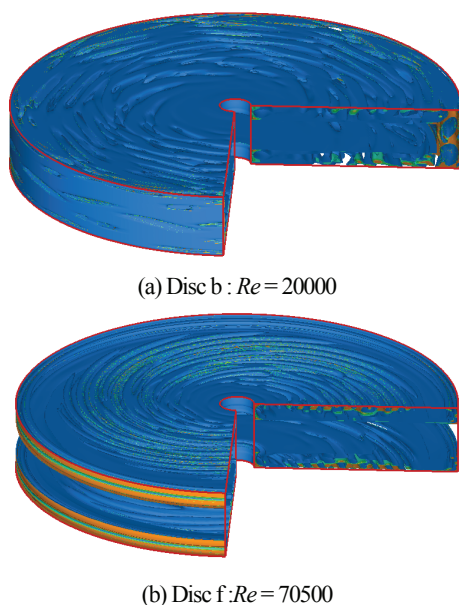


Fig. 13 Iso-surface of value Q

5. 結言

円筒容器内で回転する円盤周りの流れを, 数値的, 実験的に解析した. 回転円盤と容器内壁の半径方向隙間がある場合とない場合で調べた. 半径方向隙間がない場合では非軸対称性の崩壊が隙間がある場合と比べて高レイノルズ数側に移る. 半径方向隙間あ

りの場合において, 螺旋流が現れるレイノルズ数の範囲における軸方向速度成分と可視化画像の周波数解析を行い, 計算結果と実験結果の妥当な一致を得た. 半径方向隙間がない場合, 高レイノルズ数において, 螺旋のアームの本数は, 従来の研究で得られる結果一致したが, 低レイノルズ数においては, 半数以下の本数を持つ新しい流動パターンが表れた. Q 値で描いた螺旋構造と軸方向速度で描いた螺旋構造が一致していることから, 螺旋流のアームは渦成分が影響を与えていることがわかった.

参考文献

- (1) Special issue: Instabilities of Flows due to Rotating Disks, J. Engng. Math., 57-3 (2007).
- (2) Serre E., E. Crespo del Arco, Bontoux P., Annular and Spiral Patterns in Flows between Rotating and Stationary Discs, J. Fluid Mech., 434 (2001), 65-100.
- (3) A. Cros, E., Floriani, P., Le Gal, R. Lima, Transition to Turbulent of the Batchelor Flow in a Rotor/Stator Device, Eur. J. Mech., B/Fluids, 24 (2004), 409-424.
- (4) 森末, 他 5 名, 容器内回転円盤による旋回流の遷移についての定量評価, 日本機械学会 2003 年度年次大会講演論文集(II), No03-1 (2003.8), 395-396.
- (5) Furukawa, H., et al., Visual Study of Variation of Flow Patterns around a Disk in a Casing: Effect of Edge of the Disk, J. Phys: Conf. Ser., 14 (2005), 220-227.
- (6) 米山 他 4 名, 容器内ディスクロータ流れに対する壁面効果の研究, 日本機械学会流体工学部門講演会講演論文集 (2005.10), 1013.